

UFPA

PPGEC

**Universidade Federal
do Pará**



Frederico Pinheiro Maués

**Análise não linear da resistência à
punção de lajes de concreto armado com
armadura de cisalhamento**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Belém – Pará – Brasil

2019



Frederico Pinheiro Maués

Análise não linear da resistência à punção de lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFPA. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira

Orientador

Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

Departamento de Engenharia Civil - UEM

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Faculdade de Engenharia Civil - UFPA

Prof. Dr. Luis Fernando Sampaio Soares

Departamento de Engenharia Civil – IFMA

Belém, 27 de Setembro de 2019.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Frederico Pinheiro Maués

TÍTULO: Análise não linear da resistência à punção de lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias dessa dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Frederico Pinheiro Maués

Av. Augusto Corrêa, nº 1, Campus Universitário do Guamá, Laboratório de Engenharia Civil. Guamá, Belém, Pará. CEP: 66075-970

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

M447a Maués, Frederico Pinheiro.
Análise não linear da resistência a punção de lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento / Frederico Pinheiro Maués.
— 2019.
133 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2019.

1. Concreto armado. 2. Punção. 3. Armadura de cisalhamento. 4. Análise computacional. I. Título.

CDD 624.1834



ANÁLISE NÃO-LINEAR DA RESISTÊNCIA A PUNÇÃO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO

AUTOR:

FREDERICO PINHEIRO MAUÉS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRA EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 27 / 09 / 2019.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Mauricio de Pina Ferreira
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. Luis Fernando Sampaio Soares
Membro Externo (IFMA)

Prof. Dr. Rafael Alves de Souza
Membro Externo (UEM)

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

Agradecimentos

Aos meus pais, Filomena e José Carlos, e aos meus irmãos, Juliana e José Carlos, pela educação, pelos valores e pelo apoio dados durante essa trajetória.

Ao meu orientador, Maurício de Pina Ferreira, pela dedicação, pelo compromisso e pelo ensinamento transmitido durante todos esses anos. E meu co-orientador informal Neno Mangabeira que deu imensa contribuição para a elaboração deste trabalho.

Agradeço aos professores Rafael Alves e Bernardo Neto, pelas contribuições feitas como membros da banca de qualificação.

Aos amigos do NUMEA, pela ajuda acadêmica, incentivando, sugerindo soluções e ajudando a desenvolver o conhecimento dos temas e ferramentas envolvidos neste trabalho. Mas também, tão importante quanto, a amizade, as risadas, as grades de cerveja, enfim, momentos que nos ajudam aliviar o peso das costas e nos permitem seguir em frente. Aqui dou destaque para o Neno, Alex e Maurício que sempre estiveram muito presentes.

Aos amigos de outras áreas da vida. Raimundo, o mais antigo de todos que sempre soube me colocar pra cima em momentos de desânimo. Tamires por me aguentar reclamando o tempo todo das coisas que davam errado na pesquisa. Pallas que sempre esteve ali pra ajudar a distrair falando besteira comigo. Por fim Jéssica, minha namorada, que sempre me deu força pra seguir em frente quando mais precisava.

Resumo

O aprimoramento dos métodos de dimensionamento à punção de ligações laje – pilar em lajes lisas de concreto armado depende de uma compreensão cada vez mais profunda dos mecanismos envolvidos neste modo de ruptura. No caso de peças com armadura de cisalhamento é essencial o entendimento de como a armadura contribui para a resistência final à punção.

A instrumentação para aquisição de dados em ensaios de laboratório pode ser limitada devido restrições técnicas ou financeiras. Uma alternativa viável é a utilização de modelos computacionais para complementar estudos iniciados em espécimes testados em laboratório. Desta forma este trabalho apresenta uma avaliação do comportamento de lajes lisas de concreto armado com armadura de cisalhamento, com auxílio de modelos computacionais baseados nas séries experimentais de FERREIRA (2010) e LIPS (2012).

Primeiramente, são apresentadas a modelagem e a calibração dos parâmetros envolvidos nos modelos computacionais. A devida configuração dos modelos é essencial para que sejam capazes de reproduzir com precisão a resposta experimental. Os modelos computacionais permitem que sejam feitas análises mais aprofundadas dos espécimes.

Foi analisado como variações na taxa de armadura de cisalhamento e na relação entre o tamanho do pilar e a espessura da laje influenciam na fissuração e distribuição de tensões ao longo da altura da armadura de cisalhamento.

Comparando a fissuração e as tensões na armadura foi observado que a tensão é maior na região dos conectores cortada por fissuras. Observou-se também uma relação entre a inclinação da fissura crítica de cisalhamento e o valor das parcelas de contribuição do aço e do concreto na resistência final à punção.

Por fim, foi realizada uma comparação entre as estimativas de normas e os resultados computacionais para tensões na armadura e parcelas de contribuição de concreto e aço na resistência final.

Palavras-chave

Punção; Armadura de cisalhamento, Concreto armado, Análise Computacional

Abstract

The improvement of the design methods for punching in slab - column connections in reinforced concrete flat slabs depends on an ever deeper understanding of the mechanisms involved in this failure mode. For flat slabs with shear reinforcement it is essential to understand how the reinforcement contributes to the final punching load.

The instrumentation for data acquisition in laboratory tests may be limited due to technical or financial restrictions. A viable alternative is the use of computational models to complement studies initiated on specimens tested in the laboratory. In this way, this work presents an evaluation of the behavior of smooth reinforced concrete slabs with shear reinforcement, with the aid of computational models based on the experimental series of FERREIRA (2010) and LIPS (2012).

First, the modeling and calibration of the parameters involved in the computational models are presented. Proper configuration of the models is essential for them to be able to accurately reproduce the experimental response. Computational models allow for more in-depth analysis of specimens.

It was analyzed how variations in the shear reinforcement rate and in the relationship between the column size and the slab thickness influence the cracking and stress distribution along the body of the shear reinforcement.

Comparing the cracking in concrete and the stresses in the reinforcement, it was observed that the tension is higher in the region of the connectors cut by cracks. There was also a relationship between the slope of the critical shear crack and the value of the steel and concrete contribution plots in the final punching strength.

Finally, a comparison was made between the standard estimates and the computational results for reinforcement stresses and concrete and steel contribution plots in the final strength.

Keywords

Punching shear; Shear reinforcement; Reinforced concrete; Computational analysis

Sumário

Capítulo	Página
1. INTRODUÇÃO	15
1.1. JUSTIFICATIVA	20
1.2. OBJETIVOS	21
1.2.1. OBJETIVO GERAL	21
1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1. RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS	22
2.1.1. ACI 318 (2014)	22
2.1.2. EN1992-1-1 EUROCODE 2 (2014)	24
2.1.3. ABNT NBR 6118 (2014)	26
2.1.4. FIB MODEL CODE 2010 (2013)	27
2.2. MODOS DE RUPTURA DE LAJES ARMADAS AO CISALHAMENTO	31
2.3. ESTUDOS COMPUTACIONAIS EM PUNÇÃO	36
3. METODOLOGIA DE MODELAGEM COMPUTACIONAL	41
3.1. REFERÊNCIA EXPERIMENTAL	41
3.1.1. LIPS (2012)	41
3.1.2. FERREIRA (2010)	45
3.2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	51
3.2.1. GEOMETRIA E MALHA DE ELEMENTOS FINITOS	51
3.2.2. MODELOS DE MATERIAIS	54

3.3.	CALIBRAÇÃO DO MODELO SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO	58
3.3.1.	ESTUDO DE MALHA	59
3.3.2.	DEFINIÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO	60
3.3.3.	DEFINIÇÃO DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO	61
3.3.4.	DEFINIÇÃO DA ENERGIA DE FRATURA	62
3.3.5.	DEFINIÇÃO DO MODELO DE FISSURA	63
3.4.	RESULTADO DA CALIBRAÇÃO SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO	64
3.5.	ESTRATÉGIA DE MODELAGEM DA ARMADURA DE CISALHAMENTO	65
3.6.	VALIDAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE MODELAGEM PROPOSTA	67
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	68
4.1.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COMPUTACIONAIS E EXPERIMENTAIS.	68
4.1.1.	CARGA VS. ROTAÇÃO	68
4.1.2.	CARGA VS. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE FLEXÃO	70
4.1.3.	CARGA VS. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE CISALHAMENTO	76
4.2.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	82
4.2.1.	FORMAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA NOS MODELOS COMPUTACIONAIS	82
4.2.1.	TENSÃO AO LONGO DOS PINOS DA ARMADURA DE PUNÇÃO	102
4.2.2.	COMPARAÇÕES COM NORMAS VIGENTES	109

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Resumo das características das lajes de LIPS (2012).....	42
Tabela 3.2 – Resumo das características das lajes de FERREIRA (2010).....	45
Tabela 3.3 – Resumo dos parâmetros testados na calibração do modelo.....	59
Tabela 3.4 – Valores de entrada usados no modelo computacional de referência da laje PV1	59
Tabela 3.5 – Resumo dos valores de entrada usados no modelo computacional definitivo da laje PV1	64

Lista de Figuras

Figura	Página
Figura 1.1 Colapso devido a ruptura por punção no Residencial Grand Parc. Vitória. Espírito Santo.	15
Figura 1.2 - Sistema de “ <i>double headed studs</i> ” da JORDAHL (2013).....	16
Figura 1.3 – Influência da razão <i>c/d</i> na resistência a punção Adaptado de DILGER (2000).....	16
Figura 1.4 – Influência do tipo e da taxa de armadura de punção na resistência de lajes Adaptada de REGAN e SAMADIAN (2001)	17
Figura 1.5 – Resistência à punção de uma laje em função de diferentes inclinações da superfície de ruptura. Adaptado de KUERES (2019).....	18
Figura 1.6 – Desenvolvimento da tensão nas armaduras em função do posicionamento da fissura crítica. Adaptado de KUERES (2019).....	18
Figura 1.7 – Sistema de ensaio montado por BLOCKENBERG <i>et al.</i> (2018). Adaptado de BLOCKENBERG <i>et al.</i> (2018).....	19
Figura 2.1 – Perímetro de controle segundo a ACI 318 (2014)	22
Figura 2.2 – Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento segundo a ACI 318 (2014).....	24
Figura 2.3 – Perímetro de controle segundo a Eurocode 2 (2014)	24
Figura 2.4 – Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento segundo a Eurocode 2.....	26
Figura 2.5 – Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento segundo a NBR 6118 (2014)	27
Figura 2.6 – Perímetro de controle segundo o Model Code 2010 (2013)	29
Figura 2.7 – Detalhes das armaduras segundo o Model Code 2010 (2013).....	31
Figura 2.8 - Modos de ruptura de ligações laje-pilar armadas ao cisalhamento	32
Figura 2.9 – Comportamento carga-deslocamento de lajes armadas ao cisalhamento com diferentes tipos de modos de ruptura (Adaptado de FREITAS 2018).....	33
Figura 2.10 – Influência da razão da força estimada pela armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto na relação $V_u/V_{Rcs,teo}$ das normas. (PEREIRA FILHO, 2016)	34
Figura 2.11– Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento	36
Figura 2.12 – Resultados computacionais de BELLETTI <i>et al.</i> (2014).....	37
Figura 2.13 – Resultados do estudo de malha de SHU <i>et al.</i> (2016).....	38

Figura 2.14 – Resultados computacionais de SHU <i>et al.</i> (2015).....	38
Figura 2.15 – Resultados da avaliação dos modelos de fissura testados por BELLETTI (2014)	39
Figura 2.16 – Resultados da avaliação da influência do G_f realizada por SHU <i>et al.</i> (2016) ..	40
Figura 2.17 – Resultados dos estudos paramétricos de MAMEDE <i>et al.</i> (2012) e NAVARRO <i>et al.</i> (2018)	40
Figura 3.1 – Geometria das lajes ensaiadas por LIPS (2012).....	42
Figura 3.2 – Detalhamento da armadura de flexão das lajes ensaiadas por LIPS (2012)	43
Figura 3.3 – Arranjo da armadura de cisalhamento das lajes ensaiadas por LIPS (2012)	43
Figura 3.4 - Arranjo da armadura de cisalhamento das lajes ensaiadas por LIPS (2012).....	44
Figura 3.5 – Pontos de medição da rotação das lajes ensaiadas por LIPS (2012).....	44
Figura 3.6 – Monitoramento da armadura de punção nas lajes de LIPS (2012)	45
Figura 3.7 – Geometria das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010).....	46
Figura 3.8 – Detalhe das armaduras de flexão das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010)	47
Figura 3.9 – Arranjo da amadura de cisalhamento das lajes ensaiadas por FERREIRA(2010)	48
Figura 3.10 – Detalhamento da instrumentação para medição dos deslocamentos das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010)	49
Figura 3.11 - Detalhamento da instrumentação para medição de deformação nas armaduras de flexão das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010).....	49
Figura 3.12 – Posicionamento dos extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes	50
Figura 3.13 – Geometria do modelo da Laje PV1	52
Figura 3.14 – Representação do elemento CSIsoBrick	53
Figura 3.15 – Representação do elemento CCIsoTruss.....	53
Figura 3.16 – Comportamento de tensão versus deformação para o concreto	55
Figura 3.17 – Lei exponencial de abertura de fissura.....	55
Figura 3.18 – Comportamento do concreto sob compressão segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993)	56
Figura 3.19 – Lei multi-linear do aço	57
Figura 3.20 – Malhas de elementos finitos propostas	60
Figura 3.21 – Resultado do estudo de malha.....	60
Figura 3.22 – Influência do módulo de elasticidade do concreto na resposta carga-rotação ...	61

Figura 3.23 - Influência da resistência a tração do concreto na resposta carga-rotação.....	62
Figura 3.24 - Influência da energia de fratura do concreto na resposta carga-rotação.....	63
Figura 3.25 - Influência do modelo de fissura do concreto na resposta carga-rotação	63
Figura 3.26 – Resultado final de carga-rotação para o modelo computacional da laje PV1	65
Figura 3.27 – Representação computacional de um conector com cabeça (adaptado de GENIKOMSOU e POLAK, 2016).....	65
Figura 3.28 – Geometria do modelo da laje PL7.....	66
Figura 3.29 – Resposta carga-rotação simulando ou não a cabeça dos conectores.....	66
Figura 3.30 – Malha de elementos finitos usada nos modelos das lajes LS02 e LC08.....	67
Figura 3.31 – Resultados de carga-rotação para as lajes LS05 e LC08.....	68
Figura 4.1 – Comparação das respostas carga-rotação dos modelos.....	69
Figura 4.2– Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC01	71
Figura 4.3– Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC02	72
Figura 4.4– Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC03	73
Figura 4.5 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC07	74
Figura 4.6 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC08	75
Figura 4.7 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais	77
Figura 4.8 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais	78
Figura 4.9 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais	79
Figura 4.10 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais	80
Figura 4.11 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais	81
Figura 4.12 – Fissuração na laje LC01 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	83
Figura 4.13– Fissuração na laje LC01 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	84

Figura 4.14 - Fissuração na laje LC02 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm	85
Figura 4.15 – Fissuração na laje LC02 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	86
Figura 4.16 - Fissuração na laje LC03 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	87
Figura 4.17 – Fissuração na laje LC03 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	88
Figura 4.18 - Fissuração na laje LC07 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm	89
Figura 4.19 – Fissuração na laje LC07 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	90
Figura 4.20 - Fissuração na laje LC08 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm	91
Figura 4.21 – Fissuração na laje LC08 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	92
Figura 4.22 - Fissuração na laje PL7 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm	93
Figura 4.23 – Fissuração na laje PL7 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	94
Figura 4.24 - Fissuração na laje PL11 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm	95
Figura 4.25 – Fissuração na laje PL11 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	96
Figura 4.26 - Fissuração na laje PL12 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm	97
Figura 4.27 – Fissuração na laje PL12 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, <i>crack width Cod1</i>	98
Figura 4.28 – Fissuração na ruptura das lajes. Experimental em cinza claro e computacional em cinza escuro	99
Figura 4.29 – Fissuração na ruptura das lajes. Experimental em cinza claro e computacional em cinza escuro	100
Figura 4.30 – Fissuração na ruptura das lajes. Experimental em cinza claro e computacional em cinza escuro	101
Figura 4.31 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura.....	102

Figura 4.32 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura.....	103
Figura 4.33 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura.....	104
Figura 4.34 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura.....	105
Figura 4.35 – Razão $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ em função do carregamento $V_u/V_{c,NBR}$. Computacional (esquerda) e experimental (direita).	106
Figura 4.36 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento $V_u/V_{c,NBR}$. Computacional (esquerda) e experimental (direita).	107
Figura 4.37 - $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ em função da taxa de armadura e inclinação da fissura crítica	108
Figura 4.38 – Comparação entre a carga de ruptura prevista por normas, a carga medida experimentalmente e a carga medida computacionalmente.	109
Figura 4.39 – Comparação entre a carga de ruptura prevista por normas, a carga medida experimentalmente e a carga medida computacionalmente.	110
Figura 4.40 – Previsões de normas para tensão máxima desenvolvida por camada de armadura de cisalhamento comparadas a tensão medida experimentalmente e computacionalmente...	111
Figura 4.41 – Previsões de normas para tensão máxima desenvolvida por camada de armadura de cisalhamento comparadas a tensão medida experimentalmente e computacionalmente...	112
Figura 4.42 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC01 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	114
Figura 4.43 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC01 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	115
Figura 4.44 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC02 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	116
Figura 4.45 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC02 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	117
Figura 4.46 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC03 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	118
Figura 4.47 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC03 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	119
Figura 4.48 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC07 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	120
Figura 4.49 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC07 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas	121

Figura 4.50 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC08 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas 122

Figura 4.51 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC08 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas 123

Figura 4.52 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL7 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas 124

Figura 4.53 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL7 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas 125

Figura 4.54 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL12 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas 126

Figura 4.55 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL12 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas 127

1. INTRODUÇÃO

A punção em lajes lisas de concreto armado, ou seja, lajes onde os pilares são diretamente conectados às lajes, é um modo de ruptura frágil caracterizado pela formação de uma superfície de ruptura em forma de cone na região no entorno do pilar. Esta forma de ruína pode causar grandes acidentes devido à possibilidade de ocorrer o colapso progressivo da estrutura, como ilustrado na Figura 1.1.

Existem diferentes formas de combater este modo de ruptura com a execução de capitéis na ligação entre a laje e o pilar ou o aumento da espessura da laje. Apesar de métodos eficientes, o impacto arquitetônico ocasionado pode vir a inviabilizar a escolha pelo construção em lajes lisas. A inclusão de armadura de cisalhamento na ligação laje-pilar é uma alternativa eficaz sem impacto visual e, para autores como KUERES (2019), esta é a solução técnica mais eficiente para aumentar a ductilidade e resistência à punção.

Figura 1.1 Colapso devido a ruptura por punção no Residencial Grand Parc. Vitória. Espírito Santo.

(fonte: COUTINHO *et al.* 2016)



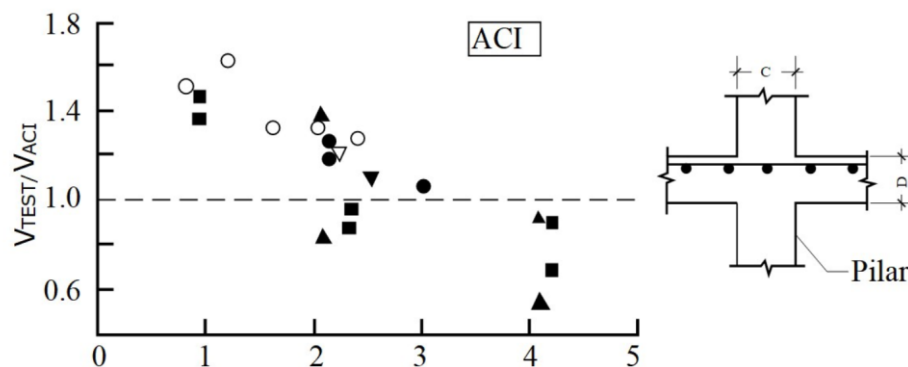
Dentre os tipos de armadura de punção, o tipo pino ou *headed stud*, ilustrado na Figura 1.2, ganhou popularidade devido à sua eficiente ancoragem mecânica, proporcionada pelas peças de aço forjadas em suas extremidades, usualmente chamadas de “cabeças”, como foi evidenciado por REGAN (2000), e também pela sua praticidade de instalação.

Figura 1.2 - Sistema de “double headed studs” da JORDAHL (2013)



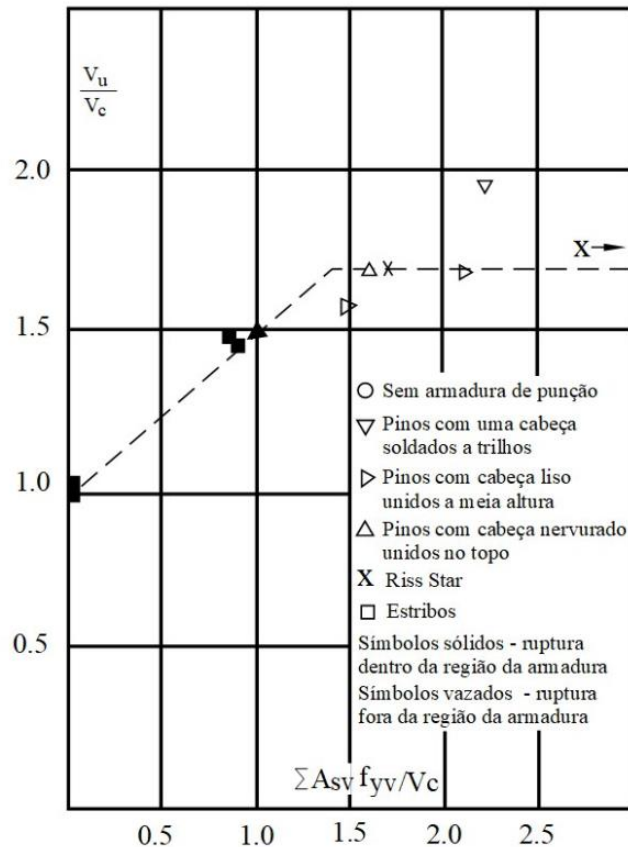
DILGER (2000) lista os principais parâmetros que influenciam a resistência de lajes lisas sob carga concentrada. Dentre eles, está a relação entre a espessura da laje e o tamanho do pilar (c/d). O autor apresenta, como na Figura 1.3, a razão da carga de ruptura de ensaio (V_{test}) pela resistência calculada pelo ACI 318 (V_{ACI}) em função da relação c/d . Da análise do gráfico, é possível notar a grande influência que esta variável tem na resistência das lajes.

Figura 1.3 – Influência da razão c/d na resistência a punção
Adaptado de DILGER (2000)



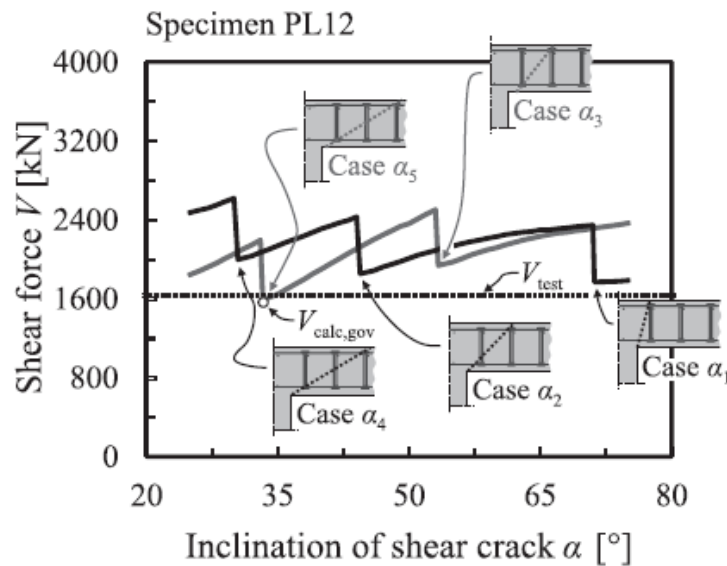
Como foi citado, a armadura de cisalhamento também cumpre papel de grande relevância no aumento da resistência e ductilidade de lajes lisas. Seu nível de eficiência depende principalmente do tipo, da quantidade e dos espaçamentos. Enquanto a taxa de armadura irá influenciar diretamente a capacidade resistente do aço, como ilustrado na Figura 1.4, adaptada de REGAN e SAMADIAN (2001), o detalhamento adequado dos espaçamentos previne que a fissura crítica atravesse a laje sem cortar a armadura de cisalhamento, como apontado por FERREIRA (2010). Portanto, valores mínimos e máximos de espaçamento costumam ser indicados pelas normas de dimensionamento.

Figura 1.4 – Influência do tipo e da taxa de armadura de punção na resistência de lajes
Adaptada de REGAN e SAMADIAN (2001)



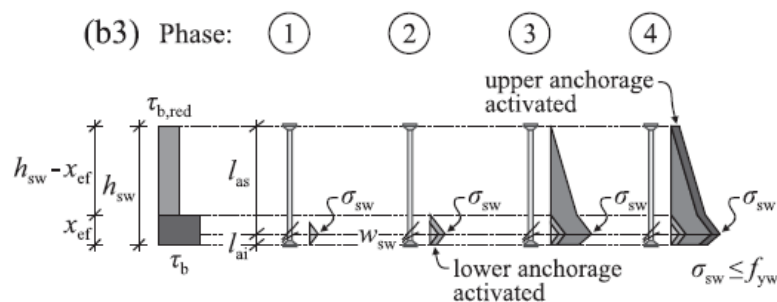
REGAN (2000) conclui que, quanto maior a inclinação da fissura crítica, maior será a tensão resistente desenvolvida pelo concreto. Trabalhos posteriores, como os de BIRKLE (2004) e KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019), corroboram com esta conclusão. Autores como FERREIRA (2010), DILGER (2000) e KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019) propõem que a resistência à punção depende da quantidade de camadas de armadura cortadas pela superfície de ruptura. A Figura 1.5, adaptada de KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019), ilustra essa proposição.

Figura 1.5 – Resistência à punção de uma laje em função de diferentes inclinações da superfície de ruptura. Adaptado de KUERES (2019)



KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019) propõem ainda que o desenvolvimento da tensão na armadura de cisalhamento é uma função da abertura de fissura na região da barra de aço, portanto, haveria concentração de tensões na região em que a fissura crítica corta a armadura, a qual seria transmitida pela barra até chegar às ancoragens ao longo do carregamento, como ilustrado na Figura 1.6.

Figura 1.6 – Desenvolvimento da tensão nas armaduras em função do posicionamento da fissura crítica. Adaptado de KUERES (2019)



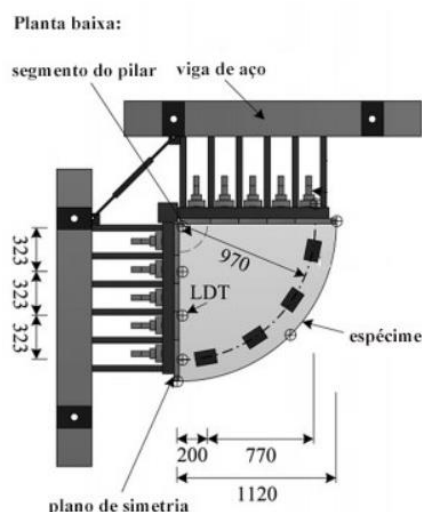
A dificuldade de entendimento sobre quais critérios definem a formação da superfície de ruptura e sobre as parcelas de contribuição de concreto e aço para a resistência final à punção de lajes lisas de concreto armado dificulta que normas de dimensionamento desenvolvam estimativas mais precisas. PEREIRA FILHO (2016) concluiu que, para taxas de armadura baixas e elevadas, normas

tendem a devolver resultados pouco precisos e, em muitos casos, contra a segurança, mostrando a necessidade de estudos mais profundos sobre a contribuição da armadura de punção.

É usual que as pesquisas na área de estruturas sejam conduzidas baseadas em ensaios de laboratório, fazendo uso de modelos representativos do sistema estrutural a ser estudado. No entanto, este método pode esbarrar em dificuldades técnicas e financeiras.

A condução de séries de ensaios em laboratório envolve um alto custo financeiro entre materiais e equipamentos e, dependendo do orçamento disponível, pode inviabilizar projetos. Tal situação leva pesquisadores a buscar soluções mais baratas, como fez BLOCKENBERG *et al* (2018), que propõe um sistema de ensaio para lajes lisas rompendo sob punção em que o espécime é reduzido em função dos seus eixos de simetria, modelando apenas um quarto da laje, como ilustrado na Figura 1.7.

Figura 1.7 – Sistema de ensaio montado por BLOCKENBERG *et al.* (2018). Adaptado de BLOCKENBERG *et al.* (2018)



Com o desenvolvimento da capacidade dos computadores nas últimas duas décadas, tornou-se possível trabalhar com modelos numéricos cada vez mais complexos. O desenvolvimento de softwares comerciais que usam o método dos elementos finitos também possibilitou que pesquisadores passassem a desenvolver trabalhos computacionais com mais frequência. CERVENKA (2018), NAVARRO *et al.* (2018) e VOLLUM *et al.* (2018) são exemplos atuais de autores que estudaram o fenômeno da punção utilizando análises computacionais.

A principal limitação da análise computacional de estruturas em comparação a ensaios de laboratório é a dificuldade em confirmar a confiabilidade dos resultados. A resposta

computacional depende da inserção de dados de entrada de material, condições de apoio e carregamento, portanto a variabilidade das respostas é enorme dependendo dos parâmetros inseridos.

Para minimizar esta limitação, o usual é que seja modelado um ensaio de referência, com respostas conhecidas, com o qual se possa fazer a comparação da resposta computacional, a fim de definir padrões para os dados de entrada do modelo. Uma vez que este modelo está devidamente calibrado e dando respostas confiáveis, é possível extrair dele diversas informações detalhadas cuja aquisição pode ter sido inviabilizada durante o ensaio em laboratório, seja por questões técnicas, financeiras ou por não haver interesse em estudar tais comportamentos na época do estudo original.

Autores como MAMEDE (2012) e NAVARRO (2018) usaram modelos computacionais de lajes lisas de concreto armado calibrados com base em ensaios conhecidos como referência para gerar novas séries de ensaios direcionadas ao estudo da punção, realizando estudos paramétricos baseados apenas nos modelos computacionais. Nesses casos, quando está definida uma estratégia de modelagem padrão, capaz de produzir resultados confiáveis, é possível inserir novas variáveis nos problemas com enorme praticidade e baixo custo.

Neste contexto, mostra-se relevante desenvolver cada vez mais os estudos do fenômeno da punção em lajes lisas de concreto. A análise computacional não linear se mostra como uma alternativa de conduzir tais pesquisas com a possibilidade de aprofundar a análise de espécimes de laboratório bem conhecidos, obtendo informações mais detalhadas de seu comportamento.

1.1. JUSTIFICATIVA

A armadura de punção é um dos principais métodos para aumentar a resistência e ductilidade de lajes lisas de concreto armado, porém as recomendações normativas de dimensionamento deste tipo de estrutura ainda têm dificuldades em estimar o seu comportamento no que diz respeito aos níveis de contribuição do concreto e da armadura do aço.

No caso da armadura de punção, é difícil prever quantas das camadas estarão contribuindo para a resistência final da laje e qual o nível da contribuição. Há uma linha de pensamento que propõe que a inclinação da fissura crítica de punção está diretamente ligada ao desempenho da armadura. O tamanho do pilar também teria influência na tensão desenvolvida pelo aço.

Entender de forma mais detalhada os mecanismos da ruptura por punção se mostra relevante, porém a obtenção de algumas respostas mais aprofundadas, principalmente sobre o comportamento da armadura, podem ser dificultadas em ensaios experimentais devido a limitações técnicas. Neste contexto, a análise computacional pode ser de grande auxílio, possibilitando a medição de resultados sem as limitações da instrumentação.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. OBJETIVO GERAL

Este trabalho busca investigar como o mecanismo de ruptura por punção é afetado por variações na taxa e distribuição da armadura de cisalhamento e pela relação entre a espessura da laje e tamanho do pilar. A investigação foi conduzida com base nos resultados obtidos de modelos computacionais feitos com base em ensaios de FERREIRA (2010) e LIPS (2012).

Os modelos computacionais permitiram uma análise mais aprofundada da distribuição de tensões ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento, podendo, assim, observar como esta distribuição é afetada pelos parâmetros variados. Foi feita também uma comparação entre as respostas dos modelos e as estimativas das normas.

1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir uma estratégia de modelagem computacional capaz de reproduzir com fidelidade os resultados obtidos experimentalmente por FERREIRA (2010) e LIPS (2012) em suas séries de ensaios de lajes lisas rompendo sob punção;
- Verificar se há padrão na alteração das superfícies de ruptura dependendo da relação entre tamanho do pilar e espessura da laje e taxa de armadura de cisalhamento;
- Analisar a influência da forma e posicionamento da superfície de ruptura nos níveis de deformação das armaduras de cisalhamento ao longo da altura dos pinos.
- Verificar se há padrão na variação das parcelas de contribuição do concreto e aço na resistência final da laje, dependendo das características da mesma e se este padrão estaria relacionado à superfície de ruptura.
- Comparar o desempenho da previsão de resultados no modelo computacional com o de normas vigentes no que diz respeito a:
 - - Resistência final;
 - - Tensão nas armaduras de cisalhamento;
 - - Parcelas de contribuição de concreto e aço na resistência final da laje;

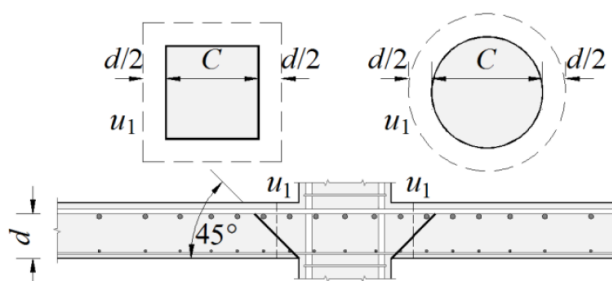
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

2.1.1. ACI 318 (2014)

O ACI 318 (2014) assume que a resistência à punção pode ser determinada a partir de uma tensão resistente medida em um perímetro de controle medido a partir da borda do pilar. Este perímetro de controle tem sua superfície média no meio da fissura de punção, e supõe-se que esta fissura tenha uma inclinação de 45°, logo o perímetro de controle é igual a $d/2$, como indicado na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Perímetro de controle segundo a ACI 318 (2014)



A Equação 1.1 apresenta três formas de definir a tensão resistente da ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento – recomenda-se que a que resultar na menor resistência seja adotada em projetos. Todas consideram a resistência à punção como função de uma parcela da resistência à compressão do concreto. A primeira considera a influência, potencialmente negativa, de pilares de seção muito pequena em comparação com a espessura da laje. A próxima considera o efeito, também potencialmente negativo, das concentrações de tensão nos vértices de pilares retangulares. A última simplesmente considera uma parcela fixa da resistência à compressão do concreto.

$$V_{Rc,ACI} = \min \begin{cases} 0,083 \cdot 40 \cdot d / u_1 + 2 \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \\ 0,17 \cdot 1 + 2 / a / b \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \\ 0,33 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \end{cases} \quad \text{Equação 1.1}$$

Onde:

f_c é a resistência à compressão do concreto com valor máximo de 69 MPa;

u_1 é o perímetro de controle em mm;

d é a altura útil da laje em mm;

a é a maior dimensão do pilar;

b é a menor dimensão do pilar.

Para lajes armadas com conectores de aço, o ACI recomenda que seja escolhido o menor valor de resistência dentre equações que consideram três situações diferentes: uma em que a ruptura ocorre dentro da região das armaduras (V_{Rcs}), outra em que ocorre além da região das armaduras (V_{Rout}) e uma última resultante do esmagamento da biela comprimida próxima ao pilar (V_{Rmax}).

$$V_{Rcs,ACI} = 0,75 \cdot V_{R,ACI} + A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot (d / s_r) \quad \text{Equação 1.2}$$

$$V_{Rout,ACI} = 0,17 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 1.3}$$

$$V_{Rmax,ACI} = 2,0 \cdot V_{Rc,ACI} \quad \text{Equação 1.4}$$

Onde:

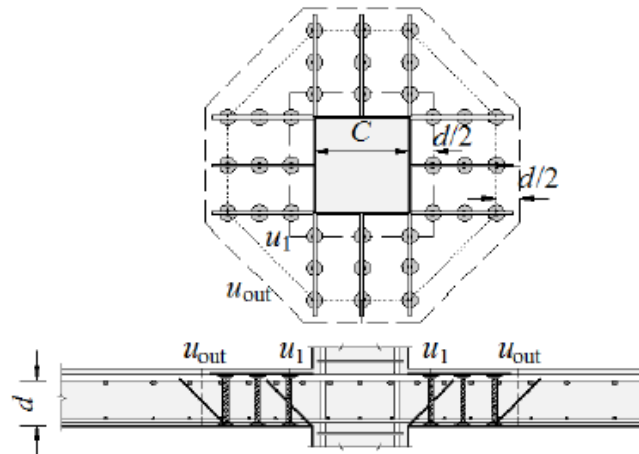
A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal de um perímetro de armaduras;

f_{yw} é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento limitada ao valor de 420 MPa;

s_r é o espaçamento entre as camadas de armadura de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado $d/2$ da região das armaduras de cisalhamento, como mostra a Figura 2.2.

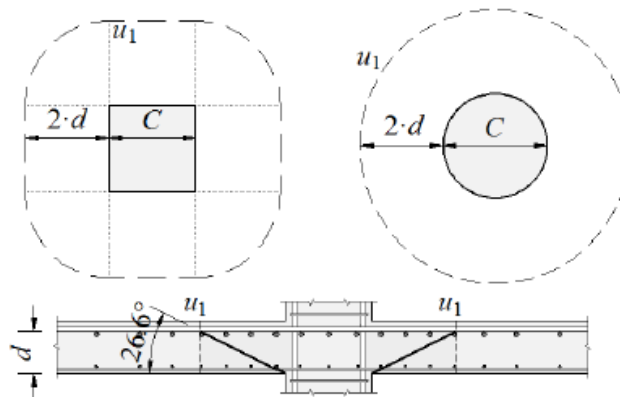
Figura 2.2 – Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento segundo a ACI 318 (2014)



2.1.2. EN1992-1-1 EUROCODE 2 (2014)

O Eurocode 2 (2014), também calcula a resistência a punção considerando a tensão resistente em uma área dada em função de um perímetro de controle. A superfície média deste perímetro se encontra na extremidade de uma fissura proposta com angulação de $26,6^\circ$, logo, é dado a uma distância de $2d$ a partir das bordas do pilar, como ilustrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Perímetro de controle segundo a Eurocode 2 (2014)



A Equação 1.5 é recomendada para obter a resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento. Esta equação leva em conta a influência da armadura de flexão tracionada e do fator de escala, por meio do coeficiente k . A contribuição de resistência pelo concreto é assumida como a raiz cúbica de sua resistência à compressão.

$$V_{Rc,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{\min} \cdot u_1 \cdot d$$

Equação 1.5

Onde:

k é um parâmetro que considera o efeito de escala. $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$, com d em mm;

ρ é a média geométrica da taxa de armadura de flexão nas duas direções, calculada por $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$, onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura de flexão nos sentidos x e y dentro de uma faixa de laje igual a seção do pilar mais $3 \cdot d$;

f_c é a resistência à compressão do concreto;

u_1 é o perímetro de controle determinado de acordo com a recomendação da norma;

d é a altura útil da laje;

$v_{\min} = 0,035 \cdot k^{2/3} \cdot \sqrt{f_c}$ é a tensão resistente mínima para o caso de taxas de armadura de flexão muito baixas.

Para lajes armadas à punção, são propostas 3 equações, prevendo a resistência para cada modo de ruptura possível. Para o caso em que a superfície de ruptura corta as armaduras de cisalhamento, deve ser utilizada a Equação 1.6, na qual se recomenda que a parcela de resistência do concreto seja 75% da resistência à punção da mesma laje sem armadura de cisalhamento. Para a verificação fora da região das armaduras, é proposta a Equação 1.7 – o perímetro de controle utilizado nesta é de $1,5 \cdot d$ a partir do final da região das armaduras, como na Figura 2.4. Por fim, para o caso do rompimento da biela adjacente ao pilar, recomenda-se a Equação 1.8 onde o perímetro de controle é limitado ao perímetro do próprio pilar.

$$V_{Rcs,EC2-14} = 0,75 \cdot V_{Rc,EC2} + A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot (1,5 \cdot d / s_r) \quad \text{Equação 1.6}$$

$$V_{Rout,EC2-14} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 1.7}$$

$$V_{Rd\max,EC2-14} = 0,24 \cdot f_c \cdot 1 - f_c / 250 \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 1.8}$$

Onde:

A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal de um perímetro de armaduras;

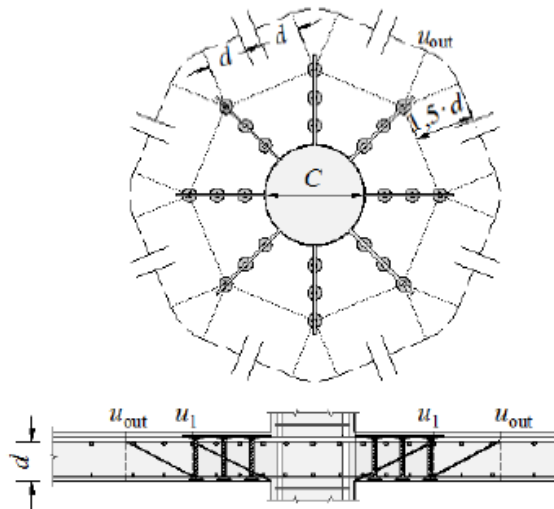
f_{yw} é a tensão de escoamento efetiva da armadura de cisalhamento calculada por $f_{yw,ef} = 1,30 \cdot (250 + 0,25 \cdot d) \leq f_{yw}$ em MPa com o valor de d em mm;

s_r é o espaçamento entre as camadas de armadura de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado $1,5 \cdot d$ da região das armaduras de cisalhamento;

u_0 é o perímetro do pilar.

Figura 2.4 – Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento segundo a Eurocode 2



2.1.3. ABNT NBR 6118 (2014)

A ABNT NBR 6118 (2014) apresenta recomendação semelhante à do Eurocode 2 para o dimensionamento de lajes lisas sem armadura de cisalhamento (Equação 1.9), apenas com diferença em um coeficiente. Não são definidos limites para o nível de influência da taxa de armadura de flexão tracionada e para o efeito de escala.

$$V_{Rc,NBR} = 0,182 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{\min} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 1.9}$$

No caso de lajes armadas ao cisalhamento, as equações são similares às do Eurocode 2 para os casos de ruptura fora da região das armaduras (Equação 1.10) e dentro da região das armaduras (Equação 1.11), porém, no primeiro caso, o perímetro de controle se torna $2d$ partindo do limite da região das armaduras, como na Figura 2.5, e, para o segundo caso, é estabelecido limite para o valor de $f_{yw,ef}$, sendo de 345 MPa para conectores. A verificação do rompimento da biela adjacente ao pilar é feita de acordo com a Equação 1.12. Para lajes com carregamento concêntrico, a ABNT NBR 6118 (2014) permite um aumento de 20% na estimativa de resistência das bielas.

$$V_{Rdcs,NBR} = 0,77 \cdot V_{Rdc} + A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot (1,5 \cdot d / s_r) \quad \text{Equação 1.10}$$

$$V_{Rdout,NBR} = 0,182 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 1.11}$$

$$V_{Rdmax,NBR} = 0,324 \cdot f_c \cdot 1 - f_c / 250 \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 1.12}$$

Onde:

A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal de um perímetro de armaduras;

$f_{yw,ef}$ é a tensão de escoamento efetiva da armadura de cisalhamento calculada por

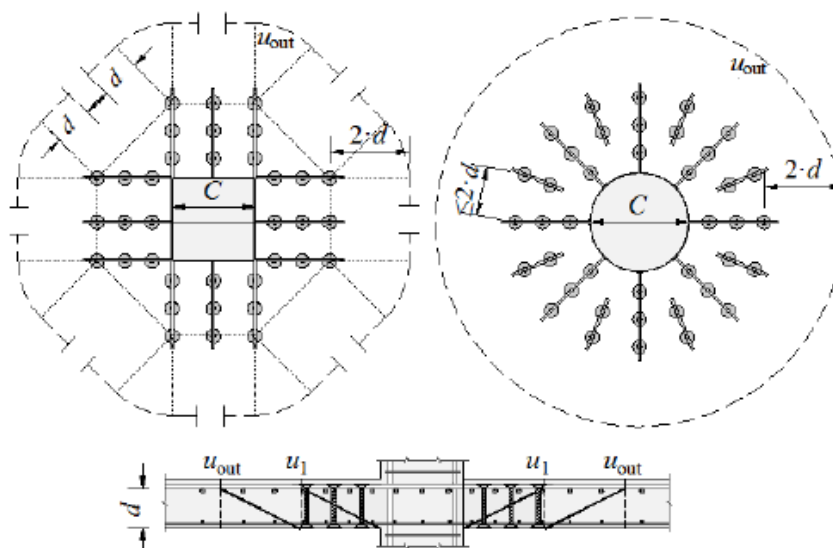
$$f_{yw,ef} = 1,30 \cdot (250 + 0,25 \cdot d) \leq f_{yw} \text{ em MPa com o valor de } d \text{ em mm;}$$

s_r é o espaçamento entre as camadas de armadura de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado $1,5 \cdot d$ da região das armaduras de cisalhamento;

u_0 é o perímetro do pilar.

Figura 2.5 – Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento segundo a NBR 6118 (2014)



2.1.4. FIB MODEL CODE 2010 (2013)

O fib Model Code 2010 (2013) propõe um método de cálculo da resistência à punção desenvolvido sobre a teoria da fissura crítica de cisalhamento, apresentada em MUTTONI e SCHWARTZ (1991), MUTTONI (2008) e RUIZ e MUTTONI (2009). É proposto que a resistência da laje seja dada em função do inverso da sua rotação, a qual, por sua vez, é função da carga aplicada e da resistência à flexão da mesma laje. Desta forma, a solução apropriada ao problema, ou seja, o caso em que a carga solicitante é menor ou igual à carga resistente, deve ser encontrada de forma

iterativa. Por esse motivo, a norma apresenta quatro formas de estimar a rotação, com níveis de complexidade e precisão ascendentes.

O Nível I de aproximação é recomendado para o dimensionamento de lajes regulares, e consiste em uma estimativa obtida pela Equação 1.13. O Nível II é indicado para o dimensionamento de lajes lisas irregulares ou onde a razão entre os comprimentos dos vãos x e y não fica entre 0,5 e 2 e a rotação é estimada pela Equação 1.14. O Nível III é proposto para a verificação de estruturas existentes. Nele, é permitida a redução da constante de 1,5 para 1,2 caso os valores de R_s e M_s tenham sido obtidos através de um modelo linear elástico, resultando na Equação 1.15. No Nível IV, a rotação é obtida através da análise de modelos não lineares.

$$\psi_1 = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \quad \text{Equação 1.13}$$

$$\psi_2 = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 1.14}$$

$$\psi_3 = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 1.15}$$

Onde:

m_s é o momento solicitante da laje sugerido como $m_s = V_s / 8$;

m_R é o momento resistente da laje sugerido como $m_R = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot 1 - 0,5 \cdot \rho \cdot f_{ys} / f_c$.

A recomendação para estimativa da resistência à punção sem armadura de cisalhamento é dada pela Equação 1.16. Nela, o perímetro de controle pode ser encontrado de acordo com a Figura 2.6 e o coeficiente k_ψ é dado em função da rotação da laje e de um fator k_{dg} que representa a influência do tamanho dos agregados. Os fatores k_ψ e k_{dg} são calculados pelas equações 1.17 e 1.18, respectivamente.

$$V_{Rc,MC10} = k_\psi \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 1.16}$$

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6 \quad \text{Equação 1.17}$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75$$

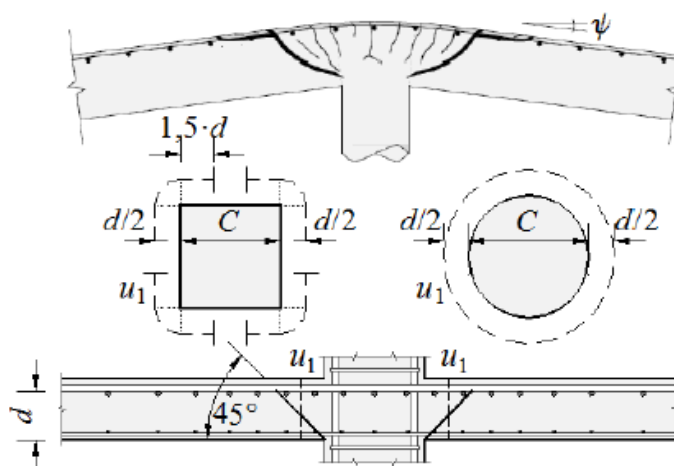
Equação 1.18

Onde:

ψ é a rotação da laje;

d_g é o diâmetro do agregado.

Figura 2.6 – Perímetro de controle segundo o Model Code 2010 (2013)



Para lajes armadas ao cisalhamento, são considerados os três possíveis modos de ruptura. Para o caso de a fissura cortar a região das armaduras, recomenda-se que a resistência seja a soma da força resistida pelo concreto e da força resistida pelas camadas de armadura em uma região entre $0,35 \cdot d$ e d , medidas a partir da face do pilar, de acordo com o ilustrado na figura 2.7 e calculada pela Equação 1.19. A tensão nas armaduras é calculada pela Equação 1.20. A Equação 1.21 estima a resistência no caso de a fissura ocorrer além da região das armaduras – para a definição do perímetro de controle externo, é necessária a definição de um d_{out} , que é a distância do centroide da armadura de flexão à base da armadura de cisalhamento; o perímetro de controle é igual a $0,5 \cdot d_{out}$, como apresentado na Figura 2.7. O esmagamento da biela é calculado pela Equação 1.22, onde k_{sys} é um fator que considera a capacidade da armadura de cisalhamento de controlar a fissura de cisalhamento e confinar as bielas na base da laje, e seu valor é 2,8 para conectores com cabeça.

$$V_{Rcs,MC10} = V_{Rc,MC10} + \sum A_{sw} \cdot \sigma_{sw} \quad \text{Equação 1.19}$$

$$\sigma_{sw} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{yw} \quad \text{Equação 1.20}$$

$$V_{Rout,MC10} = k_\psi \cdot u_{out} \cdot d_{out} \quad \text{Equação 1.21}$$

$$V_{Rmax,MC10} = k_{sys} \cdot V_{Rc,MC10} \leq \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 1.22}$$

Onde:

σ_{sw} é a tensão atuante nas armaduras de cisalhamento;

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

f_b é a tensão de aderência na armadura de cisalhamento, obtida por $f_b = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \sqrt{f_c / 25}$, sendo

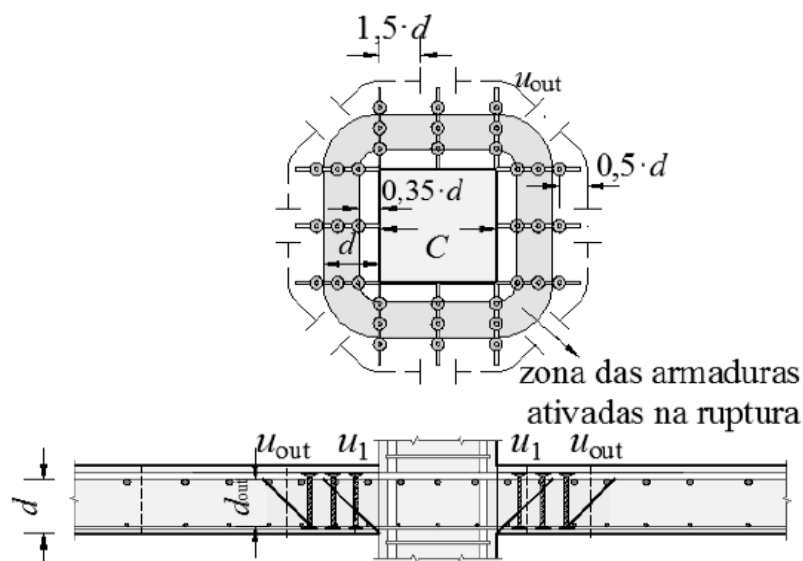
$$\eta_1 = \begin{cases} 1,75 \rightarrow \text{barras de alta aderência} \\ 1,40 \rightarrow \text{barras aderidas com resina epoxy} \\ 0,90 \rightarrow \text{barras lisas} \end{cases} \text{ e } \eta_2 = \begin{cases} 1,20 \rightarrow f_{yw} = 400MPa \\ 1,00 \rightarrow f_{yw} = 500MPa \\ 0,85 \rightarrow f_{yw} = 600MPa \\ 0,75 \rightarrow f_{yw} = 700MPa \\ 0,68 \rightarrow f_{yw} = 800MPa \end{cases}$$

ϕ_w é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

d_{out} é a altura útil menos o cobrimento;

k_{sys} é o fator que leva em conta a performance da armadura de cisalhamento.

Figura 2.7 – Detalhes das armaduras segundo o Model Code 2010 (2013)



2.2. MODOS DE RUPTURA DE LAJES ARMADAS AO CISALHAMENTO

Quando armada ao cisalhamento, a ligação laje-pilar fica sujeita a diversos modos de ruptura possíveis. A superfície de ruptura pode cortar a armadura de cisalhamento; pode ocorrer fora da região armada; é possível que ocorra o esmagamento da biela de concreto adjacente ao pilar; existe também a possibilidade de a ruptura ocorrer entre camadas de armadura de cisalhamento; a ruptura por falha de ancoragem da armadura de cisalhamento, também conhecida como delaminação; e ruptura por flexão. A Figura 2.8 mostra imagens dos diversos modos de ruptura de ligações laje-pilar. A Figura 2.9 apresenta o comportamento carga-deslocamento relativos às suas respectivas lajes de referência de modelos de ligações laje-pilar armadas ao cisalhamento com os modos de ruptura citados anteriormente.

Em projeto, é comum que os projetistas dimensionem os elementos de concreto armado visando que, em caso de falha, a estrutura venha a ruir pelo modo de ruptura mais dúctil possível. No caso de ligações laje-pilar, o modo de ruptura mais dúctil é a ruptura por flexão, como observado na Figura 2.9.

Figura 2.8 - Modos de ruptura de ligações laje-pilar armadas ao cisalhamento



a) Esmagamento da biela (MAX)
(Adaptado de LIPS, 2012)



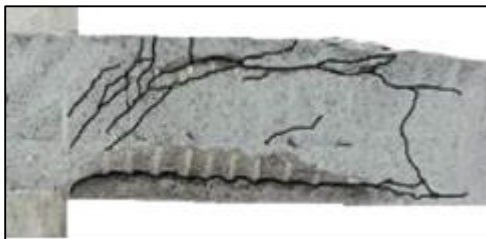
b) Ruptura na região da armadura (IN)
(FERREIRA, 2010)



c) Ruptura fora da região da armadura (OUT)
(Adaptado de FERREIRA, 2010)



d) Ruptura entre camadas de armadura (IN*)
(BIRKLE, 2004)

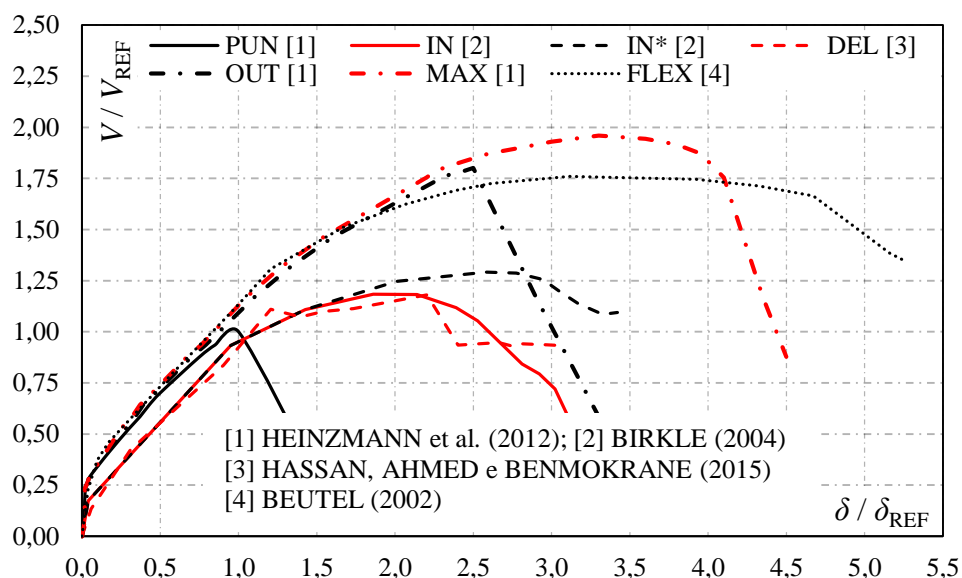


e) Ruptura por delaminação (DEL)
(HASSANA, AHMED e BENMOKRANE, 2015)



f) Ruptura por flexão (FLEX)
(adaptado de LIPS, 2012)

Figura 2.9 – Comportamento carga-deslocamento de lajes armadas ao cisalhamento com diferentes tipos de modos de ruptura (Adaptado de FREITAS 2018)



O limite máximo de resistência de uma ligação laje-pilar está normalmente associado ao esmagamento da biela de concreto. Este modo de ruptura normalmente é descrito como o esmagamento do concreto na região adjacente ao pilar, entre a face do pilar e a primeira camada de armaduras. Esse modo de ruptura é indesejado por apresentar uma ruína frágil, como observado na Figura 2.9.

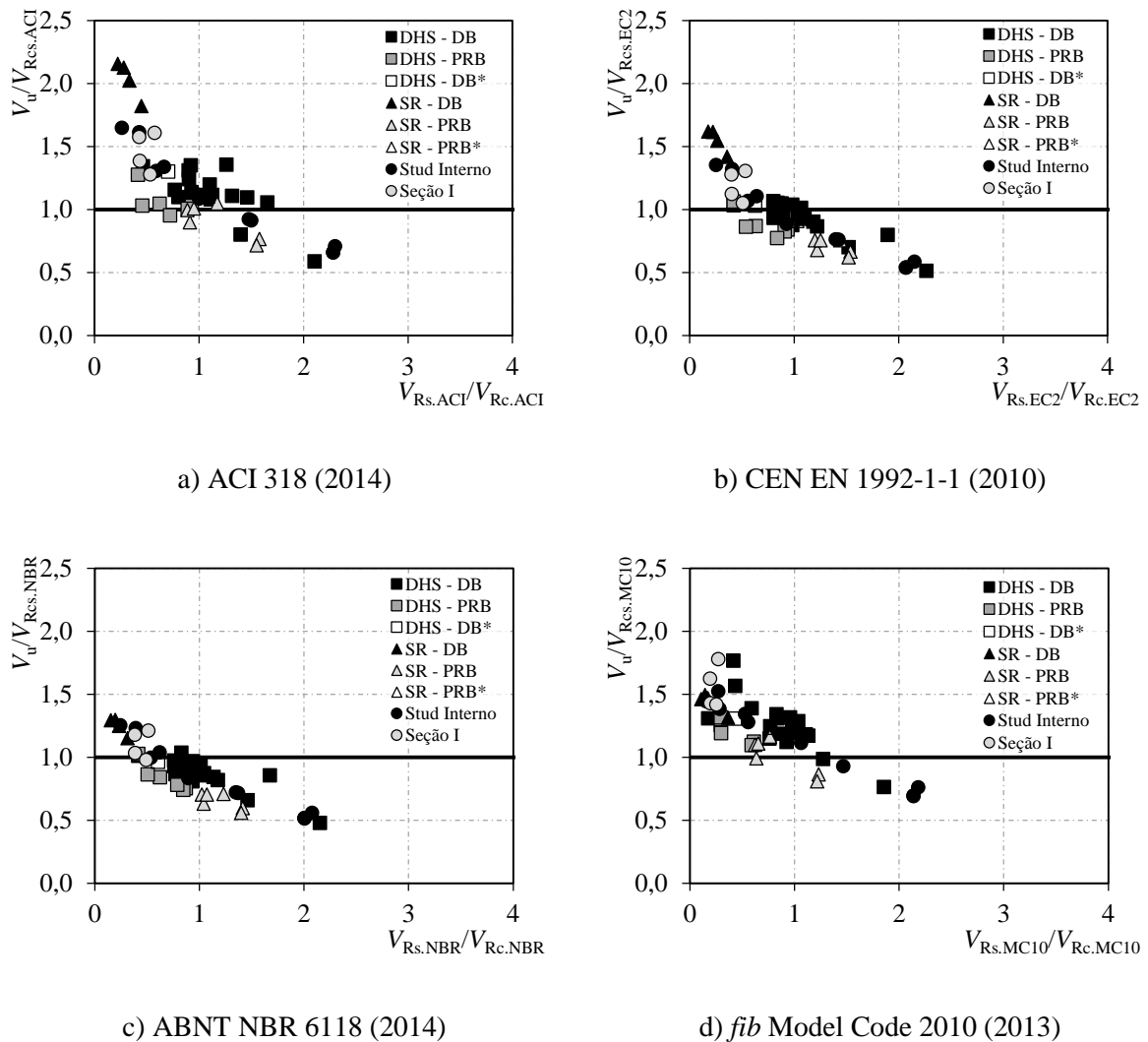
Outro modo de ruptura que deve ser evitado é a ruptura por punção fora da região da armadura de cisalhamento, pois sua ruína é tão brusca quanto a ruptura por punção sem armadura de cisalhamento e por esmagamento da biela de concreto, justamente por tratarem-se de rupturas que estão relacionadas exclusivamente à parcela resistente do concreto.

O dimensionamento à punção, normalmente, é realizado na verificação da resistência à punção com a superfície de ruptura cruzando a armadura de cisalhamento. Para este modo de ruptura, é comum as normas definirem que a resistência à punção seja definida através da soma de parcelas constantes de resistência do concreto e parcelas constantes de resistência do aço. Apenas o *fib* Model Code 2010 (2013) assume parcelas de resistência variáveis para o aço e o concreto.

A Figura 2.10 apresenta uma análise de PEREIRA FILHO (2016) da influência do índice da força resistida pela armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto ($V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$) na previsão das recomendações de resistência à punção dentro da região das armaduras

($V_u/V_{Rcs,teo}$), confrontadas por uma linha sólida mostrando a previsão das normas. A partir da análise de PEREIRA FILHO (2016), observa-se que nem mesmo o fib Model Code 2010 (2013) pode prever com precisão as contribuições das parcelas do aço e concreto com a variação da taxa de armadura de cisalhamento.

Figura 2.10 – Influência da razão da força estimada pela armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto na relação $V_u/V_{Rcs,teo}$ das normas. (PEREIRA FILHO, 2016)



NOTA: DHS – DB são “double headed studs” com barras nervuradas; DHS – PRB são “double headed studs” com barras lisas; SR – DB são “stud rail” com barras nervuradas; SR – PRB são “stud rail” com barras lisas; os itens assinalados com * tem a razão d_s/d_h igual a 2,5.

Para MENETREY (2002), a parcela resistente do concreto é função da componente vertical de uma tensão resistente de tração atuando na área da superfície de ruptura. Para KUERES e HEGGER (2018) e KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019), a parcela resistente do concreto é função de vários mecanismos de cisalhamento atuando no concreto, como contribuição do efeito pino, do engrenamento dos agregados, da resistência ao cisalhamento do bloco de compressão contornando o pilar com a contribuição da resistência residual à tração se responsabilizando apenas em estágios iniciais de carregamento. Isso leva a concluir que a parcela de resistência do concreto é influenciada pelo comportamento à flexão da laje.

O incremento de ductilidade, observado na Figura 2.9, na ruptura cruzando a região da armadura de cisalhamento se dá pela parcela resistente do aço. RUIZ e MUTTONI (2009), BRANTSCHEN (2016) e KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019) assumem que a contribuição do aço se dá pelo esforço aplicado através da abertura da fissura crítica de cisalhamento, sendo absorvido pelas barras de aço em função da tensão aderente da interface do concreto com as barras de cisalhamento, sendo limitada pela tensão de escoamento do aço.

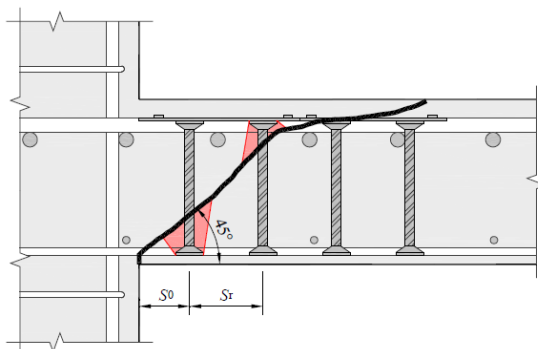
Para REGAN (2000) e BIRKLE (2004) a capacidade resistente das barras de cisalhamento pode ser limitada pela falha de ancoragem através do arrancamento do cone de concreto.

Para que a armadura de cisalhamento não falhe devido ao arrancamento, é necessária uma ótima ancoragem no concreto, situação dificultada pelo fato de lajes serem elementos pouco espessos que limitam o comprimento de ancoragem disponível para estas armaduras. REGAN (2000) afirma que, em média, o comprimento de ancoragem efetivo é aproximadamente um quarto do comprimento da armadura. Como já foi mostrado, armaduras com cabeça se destacam por serem ancoradas eficientemente mesmo com comprimento limitado. Ainda assim, não é comum que as armaduras alcancem seu patamar de escoamento.

O espaçamento entre a borda do pilar e a primeira camada de armaduras (s_0), juntamente com o espaçamento entre camadas (s_r), também são definições de grande importância. As normas costumam limitar estes valores de modo a garantir que a superfície de ruptura hipotética corte o máximo de camadas de armadura possível. A ABNT NBR 6118 (2014), limita os valores de s_0 e s_r em $0,5.d$ e $0,75.d$, respectivamente. FERREIRA (2010) observa que, para espaçamentos maiores, é possível que a superfície de ruptura não atravessasse nenhuma armadura, se considerada uma inclinação de fissura igual a 45° , ou ainda que encurte demasiadamente o comprimento de ancoragem, sobretudo na região tracionada, onde a ancoragem já é dificultada pela fissuração da superfície do concreto. A Figura 2.11 ilustra esta situação. A diminuição da bitola das armaduras

aliada a menores espaçamentos poderia ser uma forma de conseguir alcançar o seu escoamento, tendo um aproveitamento máximo das armaduras sem alterar a taxa.

Figura 2.11– Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento
(FERREIRA, 2010).

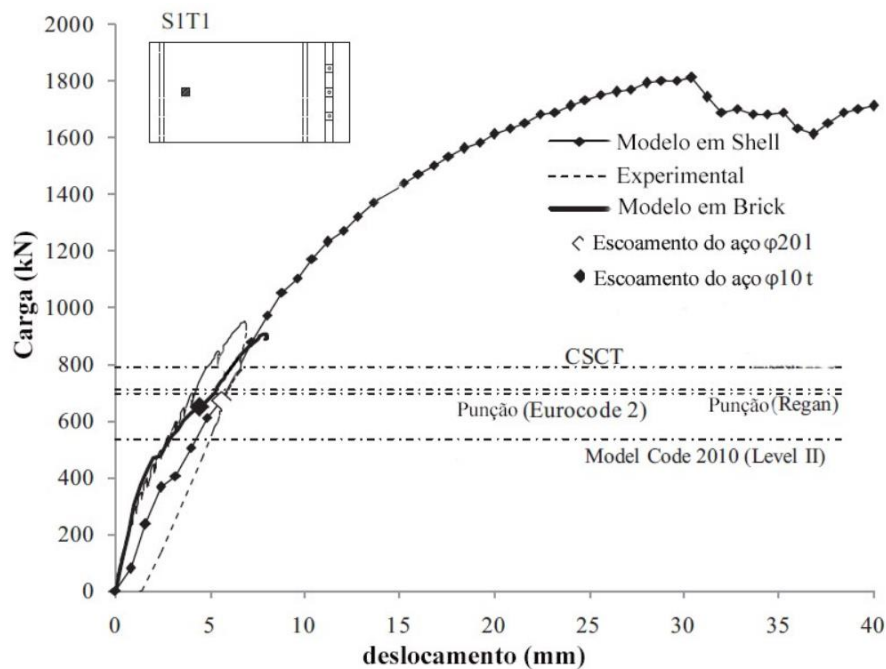


2.3. ESTUDOS COMPUTACIONAIS EM PUNÇÃO

Devido a limitações na capacidade dos computadores, os primeiros estudos computacionais de punção necessitavam de simplificações para serem viáveis. MENETREY *et al.* (1994), por exemplo, usou elementos axissimétricos na modelagem das lajes e o comportamento observado na análise de elementos finitos foi mais rígido que dos ensaios. OZBOLT *et al.* (2000) publicou um dos primeiros estudos do tema em 3D, apresentando resultados próximos do ensaio de referência.

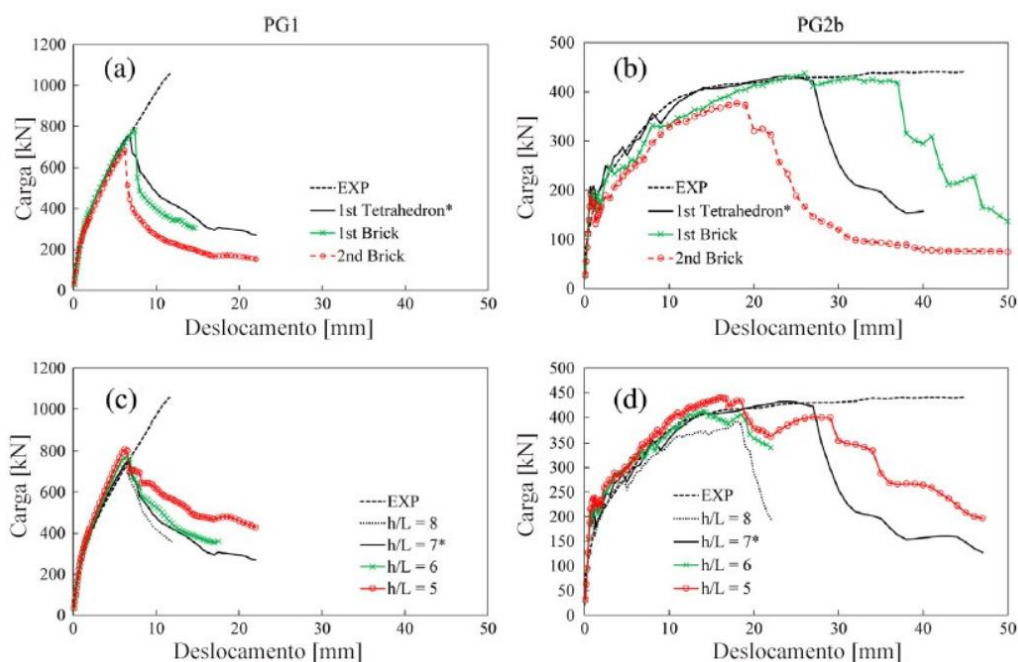
O rápido avanço da capacidade dos computadores possibilitou que, cada vez mais, a análise não linear seja usada no estudo da punção. Um ponto crítico para a utilização de modelos computacionais no estudo de temas complexos como punção é ter a confiança de que a modelagem é capaz de reproduzir com segurança o fenômeno em questão. Uma fase importante é a definição da malha de elementos finitos a ser utilizada, quanto ao tipo e tamanho do elemento a serem utilizados. A Figura 2.12, apresentada por BELLETTI *et al.* (2014), mostra que elementos de *shell* não são recomendáveis para lajes rompendo sob punção, já que tendem a superestimar a resistência e a ductilidade dos modelos.

Figura 2.12 – Resultados computacionais de BELLETTI *et al.* (2014)



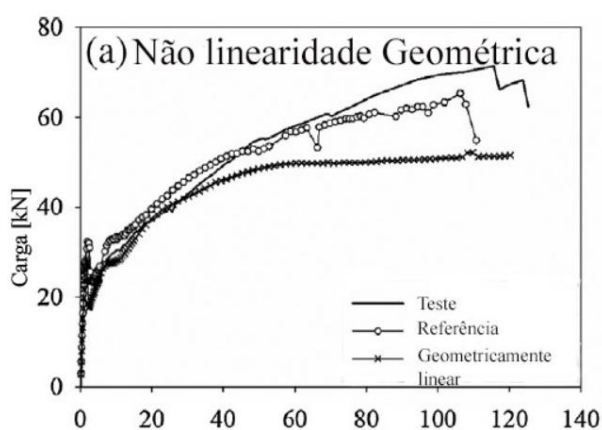
SHU *et al.* (2016) avaliou o uso de elementos tetraédricos e hexaédricos de primeira e de segunda ordem em seus modelos. Sua conclusão foi que elementos tetraédricos e hexaédricos de primeira ordem, ou seja, com apenas oito nós em seus vértices, apresentam respostas similares, enquanto que os elementos de segunda ordem tendem a ser menos rígidos e terem menor carga de ruptura, afastando-se da resposta experimental neste caso, como ilustrado nas Figura 2.13a e 2.13b. O autor testa também malhas com diferentes tamanhos de elementos e faz isso considerando a razão entre a espessura da laje, h , e a raiz cúbica do volume de cada elemento da malha, L . Nas Figuras 2.13c e d, nota-se pouca diferença entre as respostas, sendo possível considerar os valores de 6 e 7 para h/L como mais adequados, ou seja, 6 ou 7 elementos ao longo da espessura da laje.

Figura 2.13 – Resultados do estudo de malha de SHU *et al.* (2016)



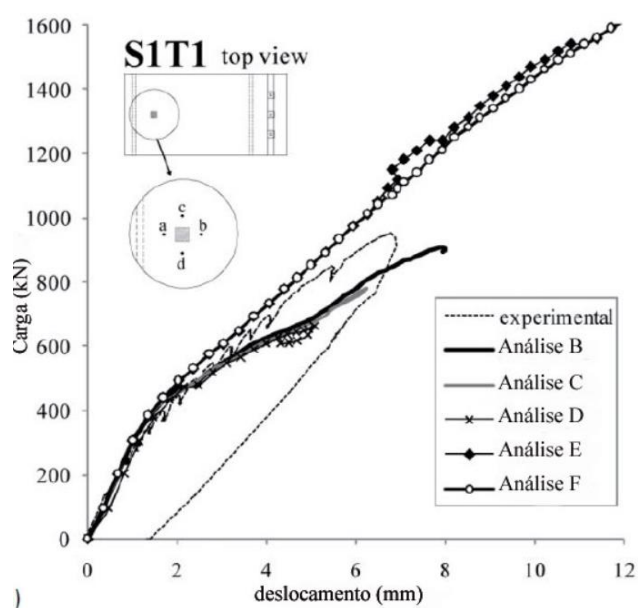
A configuração dos modelos de materiais é também um ponto crítico da definição do modelo. Neste momento, autores tendem a testar diferentes parâmetros de materiais em seus trabalhos, dependendo do problema sendo analisado e do programa usado. SHU *et al.* (2015), ao estudar lajes rompendo sob flexão, testa a influência da linearidade geométrica do concreto e conclui que este parâmetro só tem influência relevante no caso em que as deflexões superam metade da espessura da própria laje. Neste caso, o material geometricamente linear não seria capaz de considerar o efeito membrana na estrutura, resultando em uma subestimativa da carga de ruptura, como ilustrado na Figura 2.14. Nota-se, portanto, que, para lajes rompendo sob punção, onde os deslocamentos tendem a ser pequenos, não haveria necessidade de avaliar este parâmetro.

Figura 2.14 – Resultados computacionais de SHU *et al.* (2015)



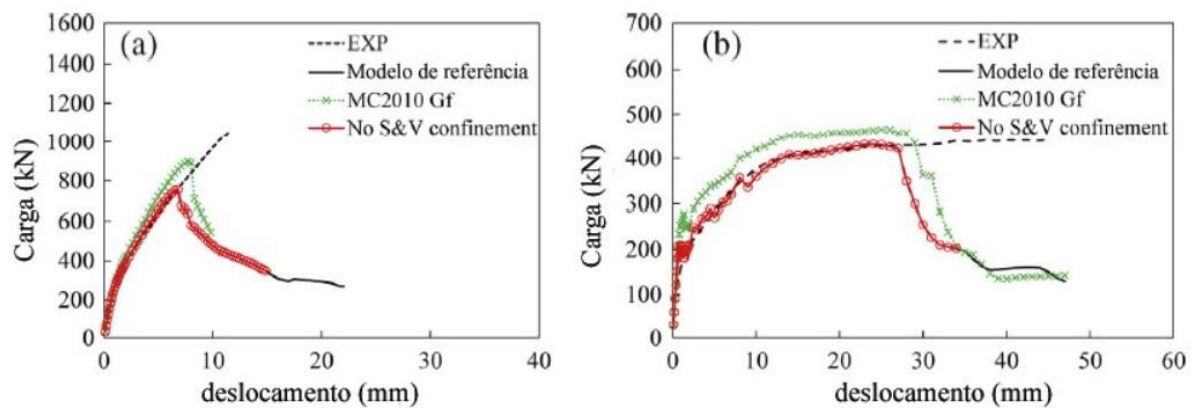
Modelo de fissuração e energia de fratura são parâmetros de material que, quando modificados, tendem a causar grande impacto no comportamento das lajes sob punção. Na Figura 2.15, de BELLETTI (2014), as análises B a D foram feitas considerando um modelo de fissura fixo, enquanto as análises E e F consideraram um modelo rotacional. O modelo fixo representa melhor o comportamento carga-deslocamento da laje até certo ponto, porém acaba superestimando o valor de resistência e deslocamento máximos enquanto a modelo rotacional resultou em melhor aproximação em termos de carga de ruptura e deslocamento máximo, embora tenha comportamento muito menos rígido que o experimento.

Figura 2.15 – Resultados da avaliação dos modelos de fissura testados por BELLETTI (2014)



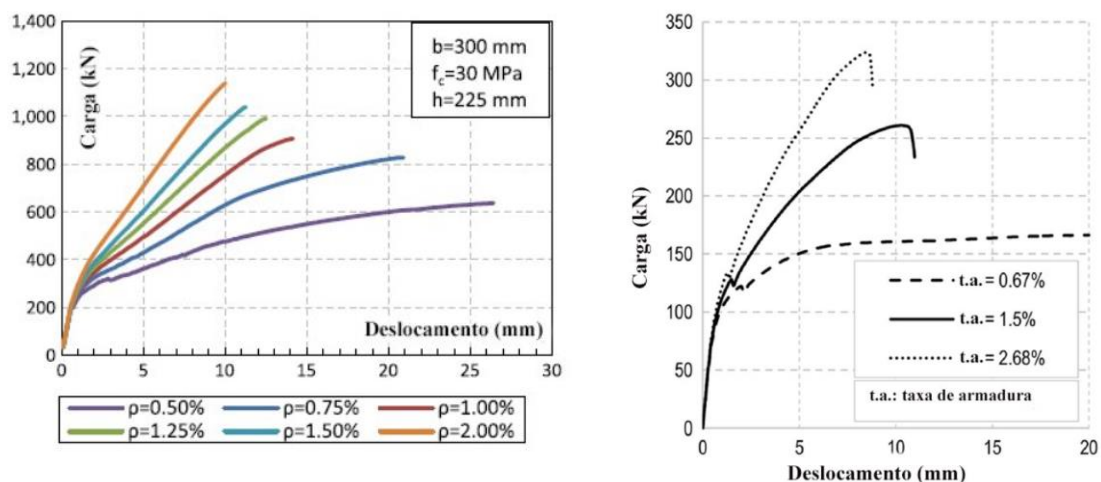
A Figura 2.16, adaptada de SHU *et al.* (2016), deixa evidente a importância de usar um valor de energia de fratura adequado na construção de um modelo de laje sob punção. No gráfico, o modelo computacional de referência usa o valor recomendado pela CEB-FIP Model Code 1990, que é comparado ao valor obtido pela fib Model Code 2010. Os resultados de carga e deslocamento são muito diferentes entre si, sendo que o fib Model Code 2010 tende a devolver valores mais altos de resistência.

Figura 2.16 – Resultados da avaliação da influência do G_f realizada por SHU *et al.* (2016)



MAMEDE *et al.* (2012) e NAVARRO *et al.* (2018) usam modelos computacionais devidamente calibrados como base para a realização de estudos envolvendo os principais parâmetros influentes na resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento. Ambos variaram a resistência à compressão do concreto e à taxa de armadura. MAMEDE *et al.* (2012) varia a altura útil da laje e a seção do pilar como parâmetros isolados, enquanto NAVARRO *et al.* (2018) estuda a relação entre os dois parâmetros. Nota-se que os dois estudos apresentam resultados coerentes entre si. A Figura 2.17 mostra o efeito de diferentes taxas de armadura de flexão nos resultados de MAMEDE *et al.* (2012), Figura 2.17a; e de NAVARRO *et al.* (2018), Figura 2.17b.

Figura 2.17 – Resultados dos estudos paramétricos de MAMEDE *et al.* (2012) e NAVARRO *et al.* (2018)



a) Resultados de MAMEDE *et al.* (2012) b) Resultados de NAVARRO *et al.* (2018)

3. METODOLOGIA DE MODELAGEM COMPUTACIONAL

Foram modeladas no programa ATENA seis lajes de FERREIRA (2010) e quatro lajes de LIPS (2012). Para fins de calibração das propriedades do concreto, cada série contou com uma laje de referência sem armadura de cisalhamento (LS05 e PV1). Para as lajes armadas à punção, foram escolhidos como parâmetros para variação o tamanho dos pilares (LC01, LC02 e LC03), a taxa de armadura de cisalhamento (LC02, LC08, PL7, PL11, PL12) e os espaçamentos da armadura de cisalhamento (LC02 e LC07).

A seguir, serão apresentados os aparatos experimentais das lajes selecionadas, desde sua geometria à sua instrumentação. Será feita uma breve introdução ao modelo constitutivo do programa usado na modelagem, seguida da descrição dos modelos computacionais; primeiramente, o espécime PV1, sem armadura de cisalhamento, usado para a calibração das propriedades do concreto, e, depois, para o espécime PL7, com armadura de cisalhamento. O mesmo critério para configuração de materiais definido para estas duas lajes será aplicado às outras.

3.1. REFERÊNCIA EXPERIMENTAL

3.1.1. LIPS (2012)

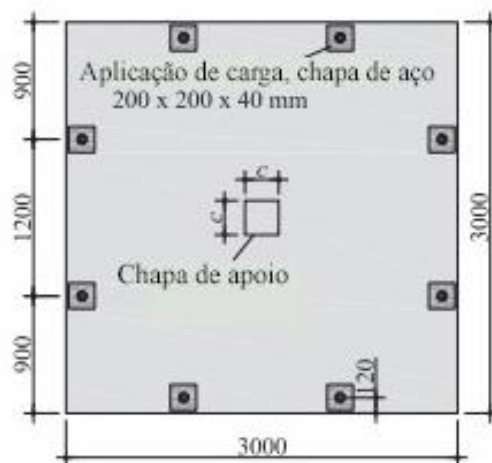
LIPS (2012) apresentou uma série de ensaios envolvendo lajes lisas rompidas sob punção, com e sem armadura de cisalhamento. Para validação do modelo proposto neste trabalho, foram selecionadas as lajes PV1 e PL7, sendo a PV1 um espécime ensaiado anteriormente por Ruiz *et al* (2010), e que serviu como referência de laje sem armadura de punção para a série de LIPS (2012). Posteriormente, foi feita a modelagem das lajes PL11 e PL12.

Os modelos selecionados apresentavam 3000 mm de lado e 250 mm de espessura. A seção do pilar foi representada por uma chapa de apoio nas dimensões de 260 x 260 mm, como ilustrado na Figura 3.1. Esta mesma figura apresenta o posicionamento dos pontos de aplicação de carga. A Tabela 3.1 apresenta um resumo das características das lajes.

Tabela 3.1 – Resumo das características das lajes de LIPS (2012)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	ρ (‰)	f'_c (MPa)	f_y (MPa)	Armadura de Cisalhamento			
						No. Camadas	No. Linhas	f_{yw} (MPa)	$A_{sw} / Cam.$ (mm ²)
PL7*	260	197	1,59	35,9	583	7	16	519	2463,0
PL11†	260	201	1,56	34,2	554	7	16	592	1256,6
PL12†	260	201	1,56	34,6	554	7	8	592	628,3
PV1	260	210	1,5	34	709	--	--	--	--
Obs.:									
* $s_0 = 80$ mm $s_r = 160$ mm $\phi_w = 14.0$ mm $\phi_w = 20.0$ mm									
† $s_0 = 80$ mm $s_r = 160$ mm $\phi_w = 10.0$ mm $\phi_w = 20.0$ mm									

Figura 3.1 – Geometria das lajes ensaiadas por LIPS (2012)



Foi mantida uma taxa de armadura de flexão média de 1,50%, sendo que foi usado espaçamento de 100 mm entre as barras de 20 mm de diâmetro, como ilustrado na Figura 3.2. As taxas de armadura de cisalhamento usadas nas lajes PL7, PL11 e PL12 foram 0,93%, 0,23% e 0,47%, sendo o diâmetro dos *studs* 14 mm, 10 mm e 10 mm, respectivamente, com altura igual a 215 mm, com espaçamentos s_0 e s_1 de 80 e 160 mm, respectivamente. Nas lajes PL7 e PL12, foram instaladas 7 camadas de 16 *studs* cada e, na laje PL11, foram 7 camadas com 8 *studs* cada. As Figuras 3.3 e 3.4 ilustram a disposição da armadura de cisalhamento para cada laje.

Figura 3.2 – Detalhamento da armadura de flexão das lajes ensaiadas por LIPS (2012)

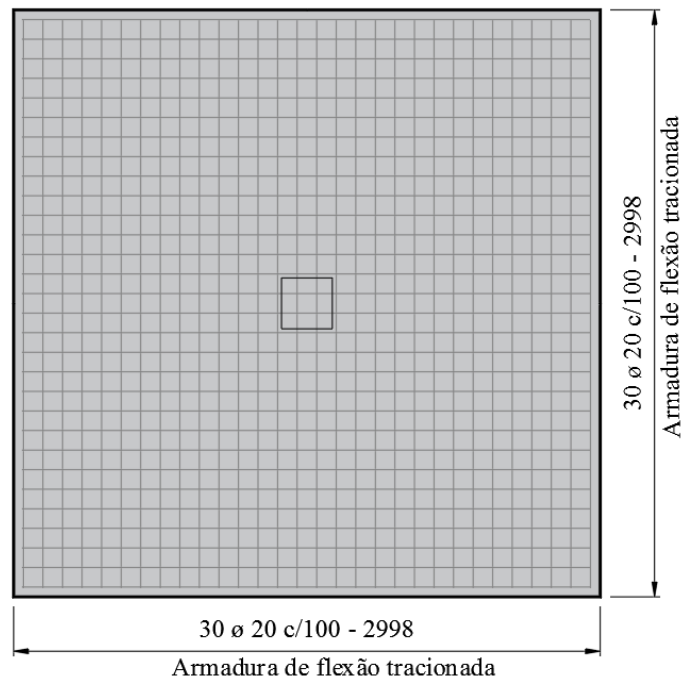


Figura 3.3 – Arranjo da armadura de cisalhamento das lajes ensaiadas por LIPS (2012)

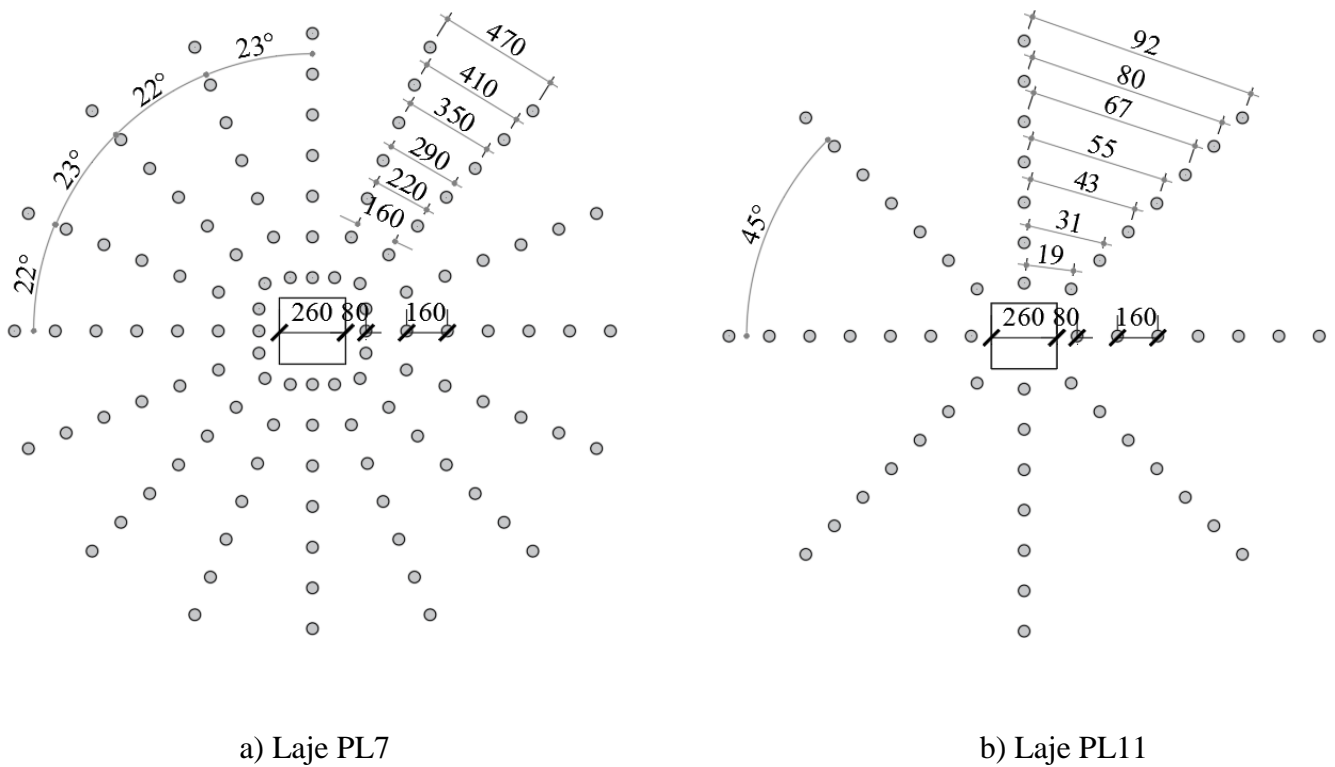
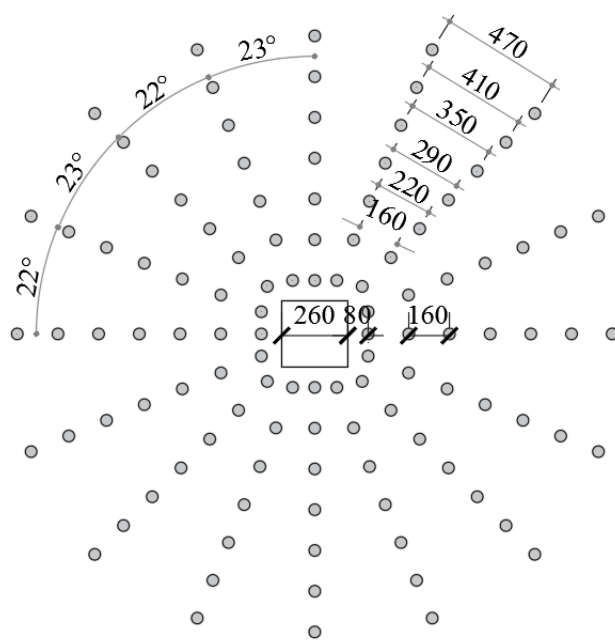


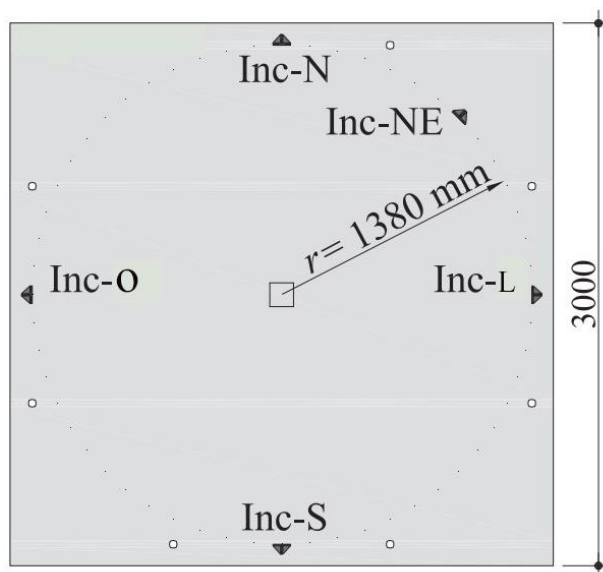
Figura 3.4 - Arranjo da armadura de cisalhamento das lajes ensaiadas por LIPS (2012)



c) Laje PL12

Foram usados inclinômetros para medir a rotação da laje, instalados a uma distância de 1380 mm a partir do centro da superfície superior da laje, conforme a Figura 3.5.

Figura 3.5 – Pontos de medição da rotação das lajes ensaiadas por LIPS (2012)

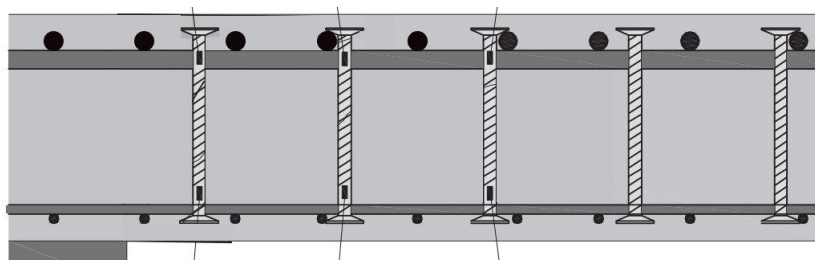


O concreto foi produzido com agregado de dimensão de 16 mm. Foram realizados ensaios de compressão axial em corpos cilíndricos de 320 mm de altura e 160 mm de diâmetro. A resistências médias apresentadas para PV1, PL7, PL11 e PL12 foram 34 MPa, 35,9 Mpa, 34,2 MPa e 34,6 Mpa, respectivamente.

Para a armadura de flexão foram usadas barras com tensão de escoamento iguais a 554 MPa para as PL11 e PL12, 583 MPa para a PL7 e 709 MPa para PV1. Para a armadura de cisalhamento, foram usadas barras de resistências iguais a 519 MPa para PL7 e 592 MPa para as demais.

Foram medidas as deformações axiais na armadura de cisalhamento, na região superior e inferior da armadura de punção até a terceira camada, como ilustrado na Figura 3.6. O autor não especificou quais pinos teriam sido monitorados, portanto considera-se que ele monitorou todos os pinos e informou a média das medições por camada.

Figura 3.6 – Monitoramento da armadura de punção nas lajes de LIPS (2012)



3.1.2. FERREIRA (2010)

As lajes selecionadas fizeram parte de um ensaio de 16 lajes. Os espécimes tinham 2500 mm de lado e 180 mm de espessura. Esta série de ensaios contava com segmentos de pilar no centro da geometria da laje, em que o seguimento superior tinha 800 mm de comprimento e o inferior, 600 mm. A Figura 3.7 detalha as dimensões das lajes, bem como a posição dos apoios e a aplicação de carga.

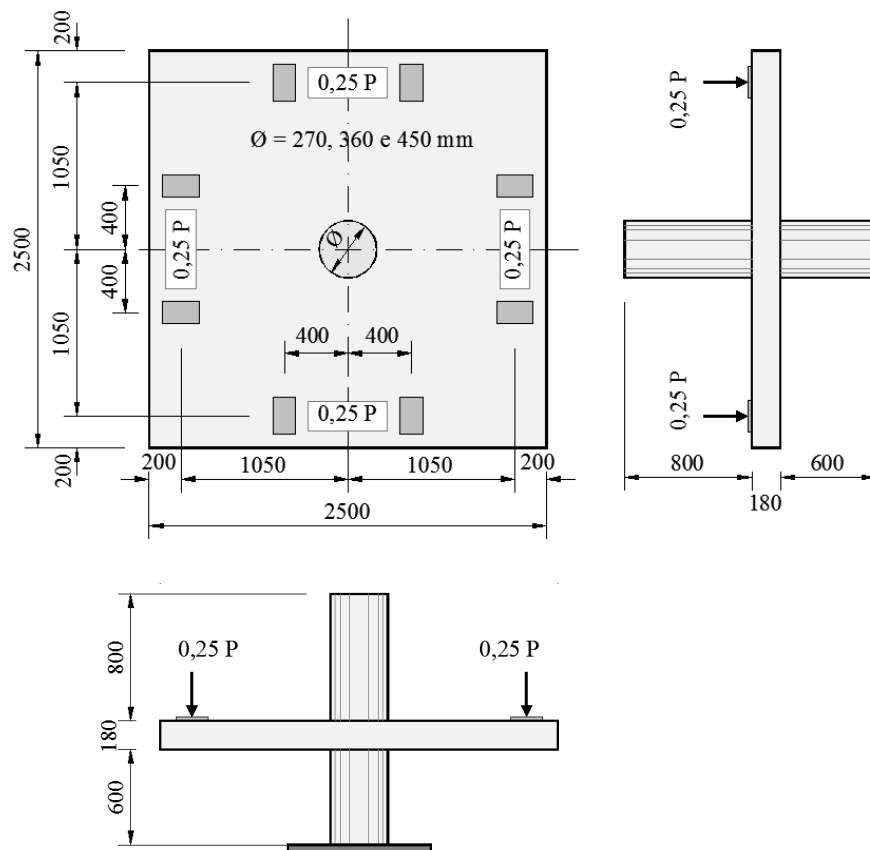
Como modelos de referência para a validação, foram escolhidas as lajes LS05, sem armadura de cisalhamento e com pilar quadrado, e LC08, com armadura e pilar circular. Posteriormente, foram modeladas as lajes LC01, LC02, LC03 e LC07. As Lajes LC01, LC02 e LC03 variam o tamanho do pilar; LC02 e LC08 variam a taxa de armadura; e LC02 e LC07 variam os espaçamentos da armadura. A tabela 3.2 apresenta um resumo das características das lajes

Tabela 3.2 – Resumo das características das lajes de FERREIRA (2010)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	ρ (‰)	f'_c (MPa)	Armadura de Cisalhamento		
					No. Camadas	No. Linhas	$A_{sw} / Cam.$ (mm ²)
LC01*	270	143	1,50	48	6	10	785,4
LC02*	360	140	1,55	47	6	10	785,4
LC03*	450	142	1,41	49	6	10	785,4
LC07†	360	144	1,60	49	7	10	785,4
LC08*	360	144	1,62	48	6	12	942,5
LS05	300	143	1,58	50	--	--	--

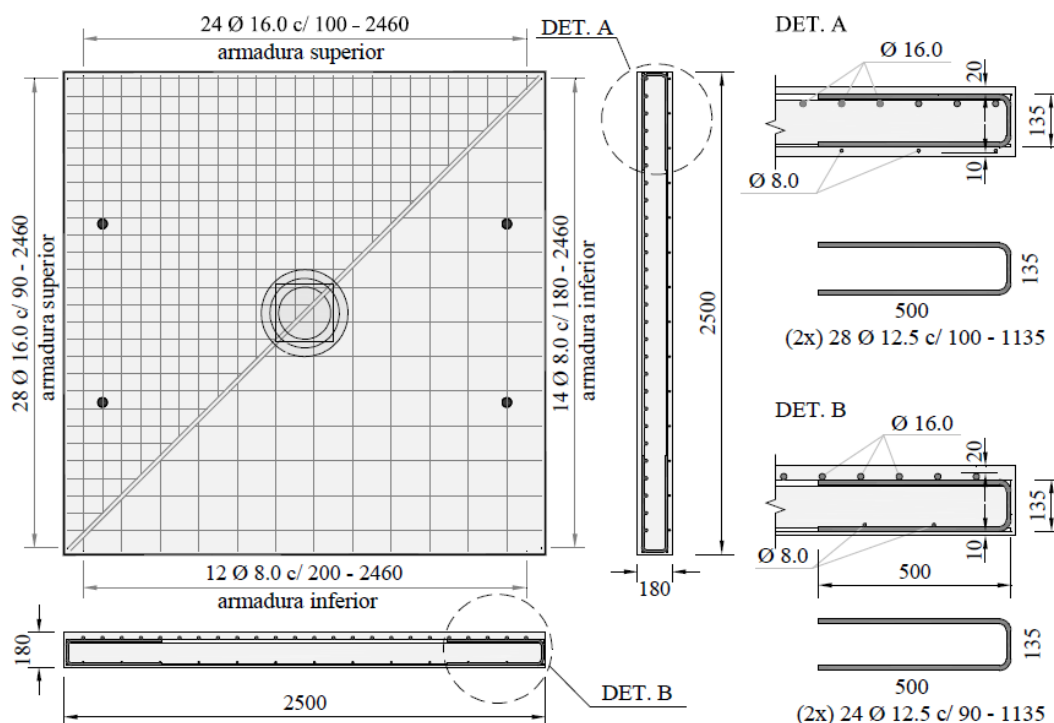
Obs.:
 $f_{ys, \phi 16.0} = 557 \text{ MPa}$
 * $s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 10.0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$
 † $s_0 = 55 \text{ mm}$ $s_r = 80 \text{ mm}$ $\phi_w = 10.0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$

Figura 3.7 – Geometria das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010)



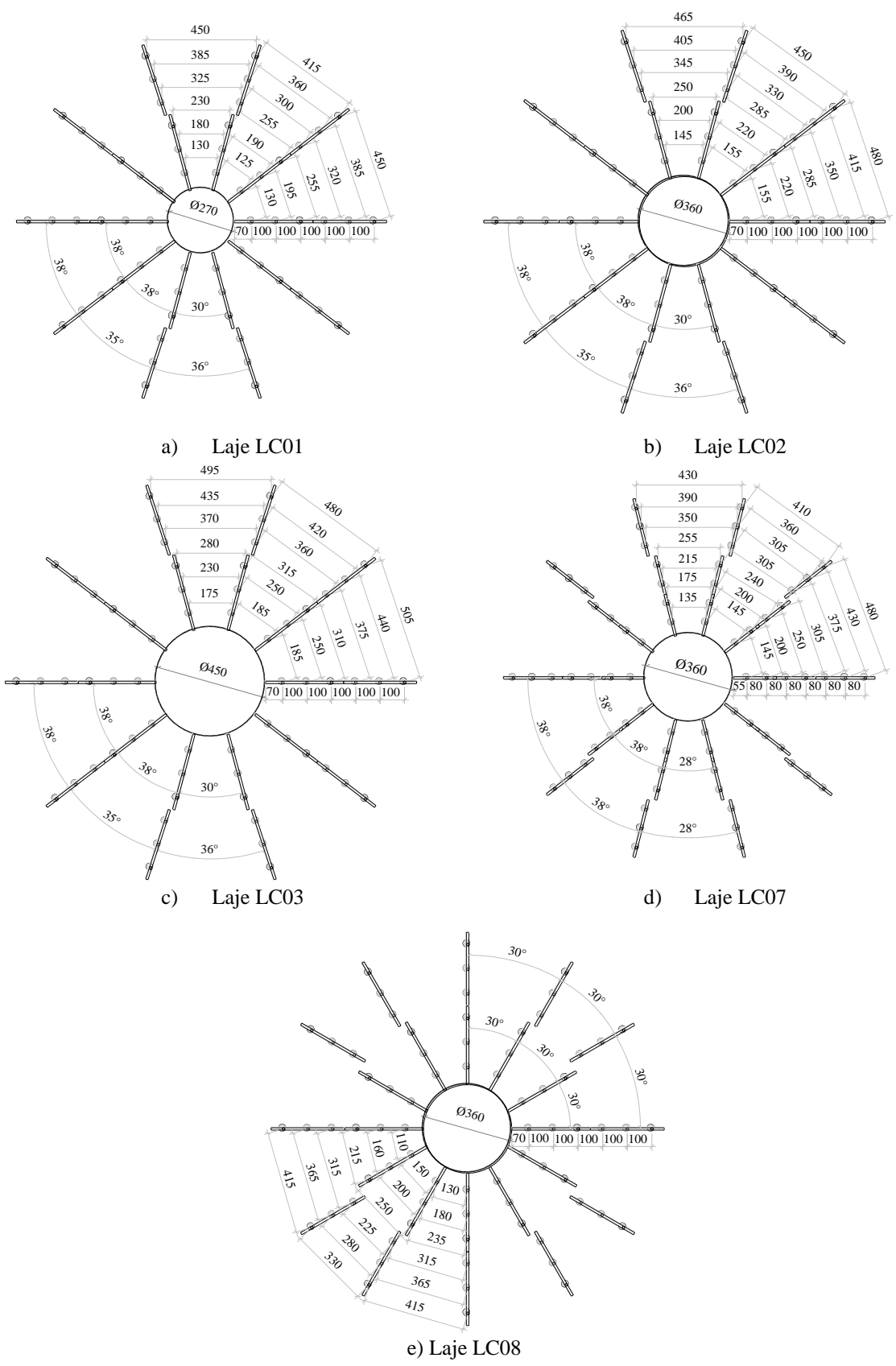
As armaduras foram compostas por barras retas de Aço CA50. Na região tracionada, foram usadas barras de 16,0 mm, com espaçamento médio de 100 mm na direção menos armada, resultando num total de 24 barras, e 90 mm na região mais armada, resultando num total de 28 barras. Na região comprimida, foram usadas barras de 8,0 mm, que tinham como propósito manter a integridade da laje durante o transporte e garantir a consolidação da ligação laje-pilar mesmo após a ruptura por punção. Estas barras foram espaçadas em 180 mm e 200 mm, nas direções mais e menos armadas, respectivamente. A Figura 3.8 apresenta a disposição geral das armaduras da laje. O cobrimento das barras da face superior (tracionada) foi de 20 mm e da face inferior (comprimida) foi de 10 mm. A taxa de armadura foi definida como 1.58%.

Figura 3.8 – Detalhe das armaduras de flexão das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010)



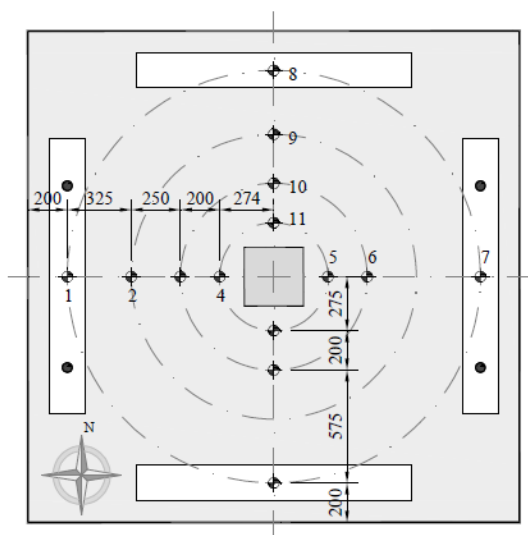
O diâmetro da armadura de cisalhamento foi de 10 mm e altura igual a 150 mm, com espaçamentos como indicados na Tabela 3.2 e na Figura 3.9. A quantidade e distribuição das armaduras foi variada de acordo com a laje.

Figura 3.9 – Arranjo da amadura de cisalhamento das lajes ensaiadas por FERREIRA(2010)



Foram usados, ao todo, 14 defletômetros analógicos para medir os deslocamentos, dispostos como indicado na Figura 3.10. Nos pontos de deslocamento máximo (1,7,8,14), o equipamento de medição foi posicionado na face inferior da laje, imediatamente abaixo dos pontos de carga. Nos demais pontos, os defletômetros foram instalados na face superior da laje.

Figura 3.10 – Detalhamento da instrumentação para medição dos deslocamentos das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010)



Extensômetros elétricos de resistência foram usados na medição das deformações, tanto nas armaduras de flexão, quanto na de cisalhamento. Foram monitoradas 6 barras de flexão em uma das direções da laje, como indicado na Figura 3.11. A distância entre a borda do pilar e os extensômetros foi de 50 mm. Os *studs* foram monitorados como indicado na Figura 3.12 e a deformação foi medida sempre à meia altura.

Figura 3.11 - Detalhamento da instrumentação para medição de deformação nas armaduras de flexão das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010)

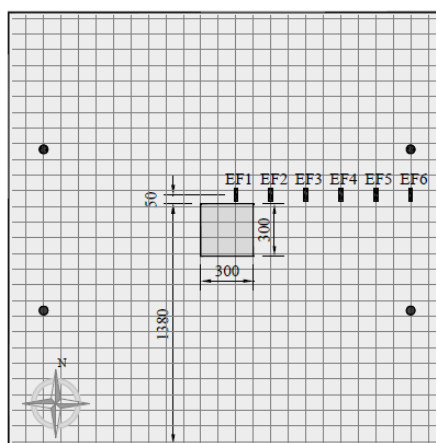
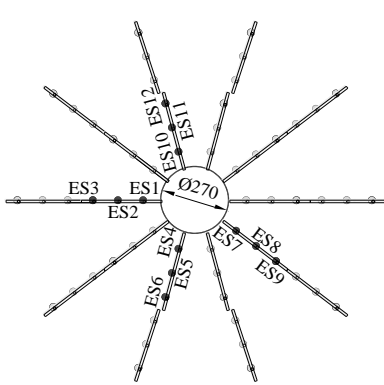
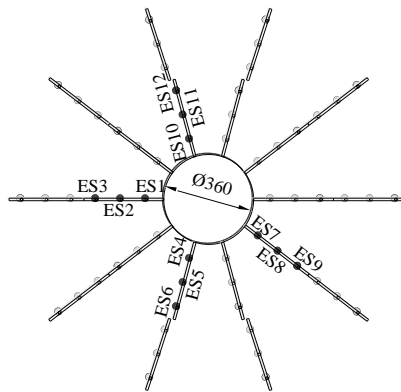


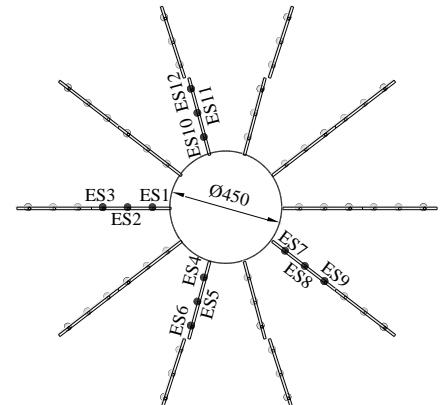
Figura 3.12 – Posicionamento dos extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes



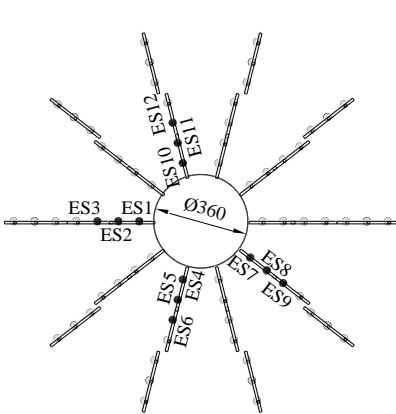
a) Laje LC01



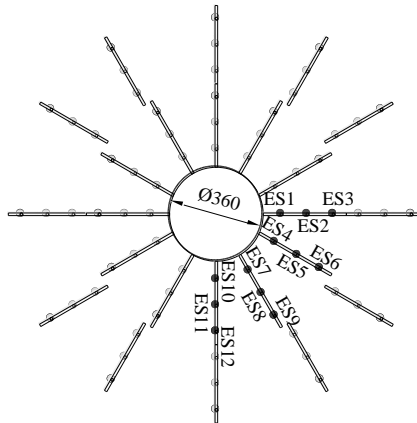
a) Laje LC05



i) Lajes LS01 e LS03



b) Laje LC02



f) Laje LC06



Foi utilizado concreto usinado feito com cimento de alta resistência inicial. O diâmetro máximo do agregado graúdo foi 9,5 mm. A resistência à compressão média do concreto usado foi de 50. A tensão de escoamento informada para as barras de aço de 16 mm foi de 557 MPa, e o módulo de elasticidade foi de 222 GPa.

3.2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

3.2.1. GEOMETRIA E MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Para a calibração inicial do modelo, foi usada a Laje PV1 de RUIZ *et al.* (2010), disposta como referência por LIPS (2012). Devido à simetria do ensaio, foi conveniente modelar somente um quarto da laje, poupando custo computacional. A continuidade nas regiões de simetria foi simulada com a restrição de movimento horizontal na mesma direção dos eixos. Foram modeladas placas com propriedade de aço para simular os pontos de aplicação de carga do ensaio. Foram medidos deslocamentos de acordo com os pontos apresentados na Figura 3.3. A partir destas medições, foi calculada a rotação do modelo conforme a Equação 3.1 e feita a comparação com os resultados do ensaio.

$$\Psi = (\delta_1 - \delta_2)/r_{1-2} \quad \text{Equação 3.1}$$

Onde

Ψ é a rotação

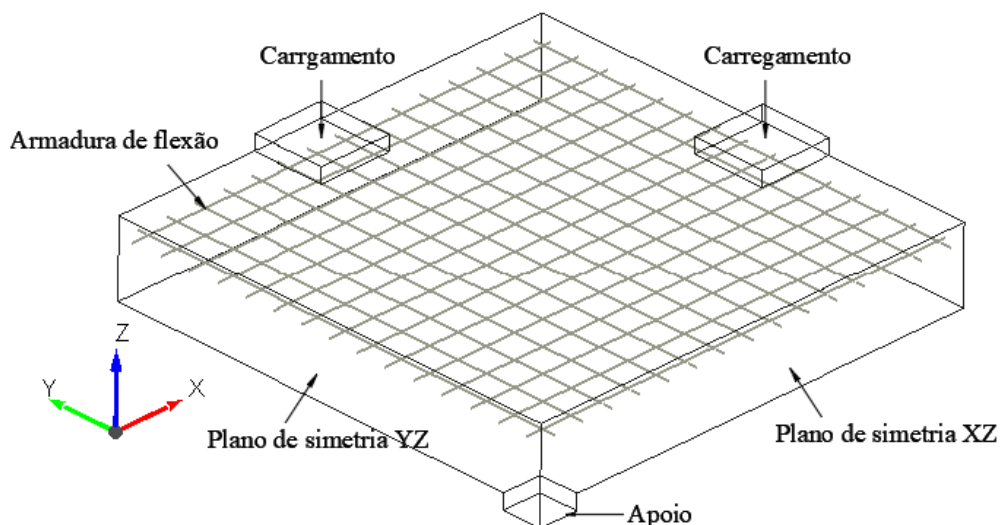
δ_1 é o deslocamento medido no ponto de aplicação de carga

δ_2 é o deslocamento medido a 20 cm do pilar

r_{1-2} é a distância entre os pontos de medida de δ_1 e δ_2

A carga suportada foi medida como um somatório das reações na base do pilar. A Figura 3.13 ilustra a geometria da laje e a disposição dos apoios e pontos de aplicação de carga. A translação da laje foi travada na região da base do pilar e nos eixos de simetria, possibilitando a modelagem de apenas um quarto da laje afim de representar o modelo completo.

Figura 3.13 – Geometria do modelo da Laje PV1

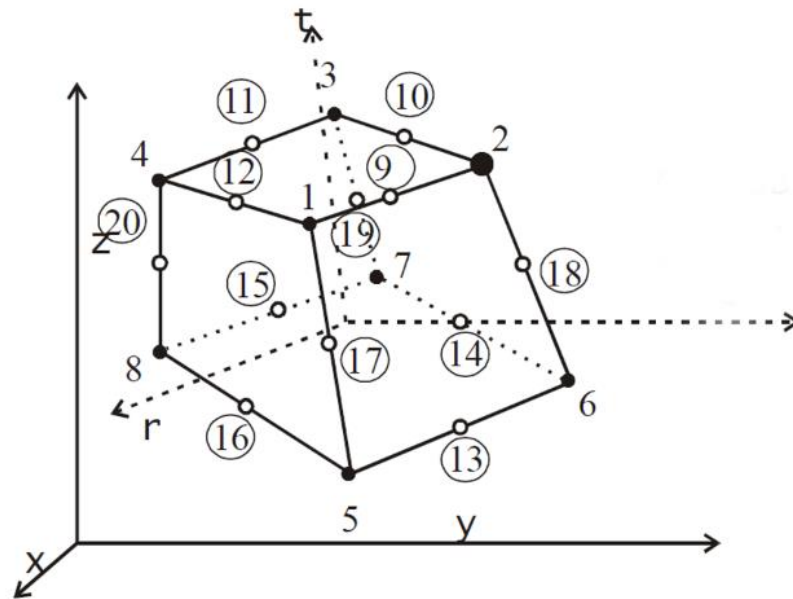


O carregamento foi aplicado na forma de incrementos de deslocamento pontual no centro de cada placa como indicado na imagem, ao longo de 100 passos de carga. O método de iteração utilizado foi o de Newton-Raphson. Os critérios de convergência foram mantidos, como o padrão do programa, em 0.01 em deslocamento e 0.0001 em energia

A malha do concreto e das placas de apoio foi construída com elementos hexaédricos do tipo *CSIsoBrick*. Este elemento pode ser composto por 8 nós, sendo um localizado em cada vértice, ou 20 nós, sendo um em cada vértice mais os nós intermediários, como representado na Figura 3.14, na qual também é possível visualizar o sistema de eixos globais (X, Y e Z) e locais (t, r e s). A utilização do elemento do tipo *brick* é usual neste tipo de modelagem, sendo empregado por autores como MAMEDE *et al.* (2012), BELLTTI *et al.* (2014) e NAVARRO *et al.* (2018). SHU *et al.* (2015) afirma que a convergência dos resultados é obtida mais rapidamente com o uso de elementos hexaédricos.

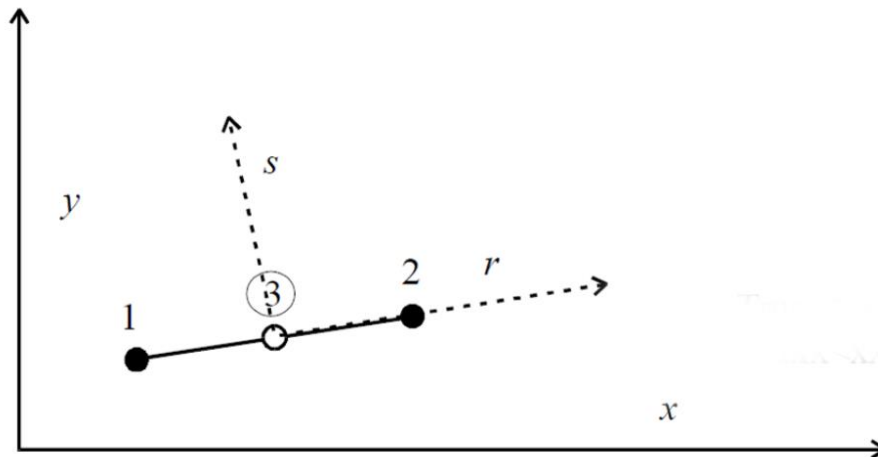
Quanto à linearidade geométrica do concreto, SHU (2015) afirma que, mesmo quando é feita uma análise não linear do material, é usualmente suficiente considerar a geometria do concreto linear, ou seja, as equações de equilíbrio são baseadas na geometria não deformada e as deformações são funções lineares dos deslocamentos dos nós da malha. O autor conclui ainda que a não linearidade geométrica é relevante apenas quando os deslocamentos superam metade da espessura da laje. Portanto, a não linearidade geométrica não será levada em conta.

Figura 3.14 – Representação do elemento CSIsoBrick



As armaduras de flexão foram constituídas por elementos do tipo CCIsoTruss. São elementos lineares de treliça, capazes de resistir a esforços de tração e compressão somente, podendo apresentar de dois a três nós, sendo dois nas extremidades e um terceiro intermediário, como ilustrado na Figura 3.15.

Figura 3.15 – Representação do elemento CCIsoTruss



3.2.2. MODELOS DE MATERIAIS

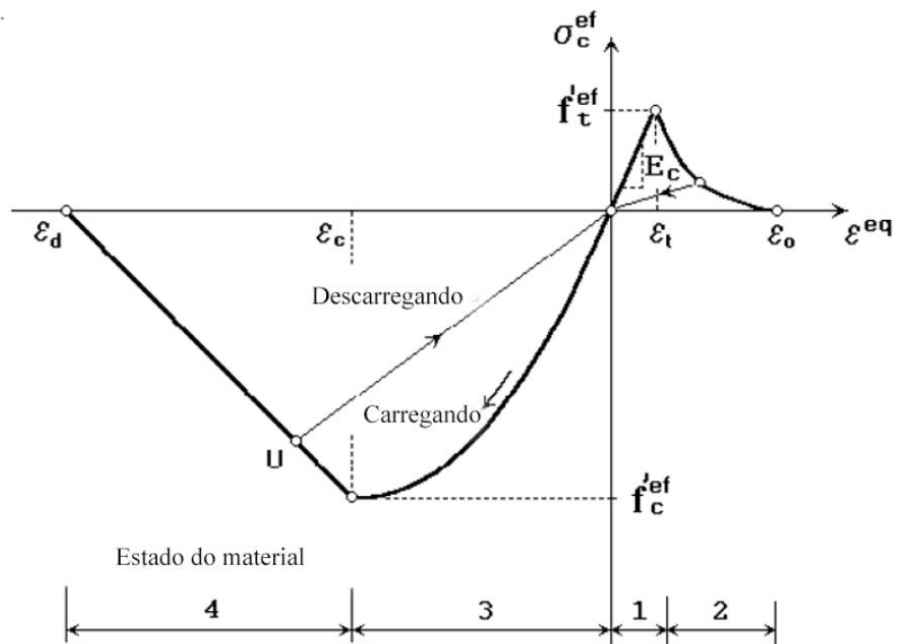
O modelo de material usado para o concreto foi o *CC3DNonLinCmemtitious2*. Ele combina modelos constitutivos para comportamento sob tração (fissuração) e compressão (plasticidade). O modelo de fissuração é descrito pela formulação da abordagem “*smearred crack*” combinada com a abordagem “*crack band width*”, enquanto o modelo plástico de endurecimento/amolecimento é baseado na “*failure surface*” de Menétrey-Willam.

O conceito de “*smearred crack*” foi introduzido por Rashid (1968) como alternativa ao conceito de fissura discreta, criticado por resultar em alterações na conectividade dos nós e por suas limitações quanto ao direcionamento da propagação das fissuras que seguem restritamente as arestas dos elementos. A abordagem “*smearred crack*” supera estas duas dificuldades ao ser capaz de preservar a formação inicial da malha de elementos finitos e retirar as limitações quanto à orientação das fissuras.

Na abordagem “*smearred crack*”, a fissura se forma quando a tensão principal excede a resistência à tração do concreto, a partir deste ponto é possível optar por dois modelos de fissura: um fixo, em que a direção da fissura é mantida a mesma do momento da abertura, independentemente de alterações na direção das tensões principais; e um modelo rotacional, no qual a direção da fissura pode mudar de acordo com a direção das tensões principais. O modelo de fissura fixo é capaz de levar em conta a ação do engrenamento de agregados por meio de uma diminuição do módulo de cisalhamento com o aumento da deformação normal à fissura. O modelo de fissura foi alvo da calibração.

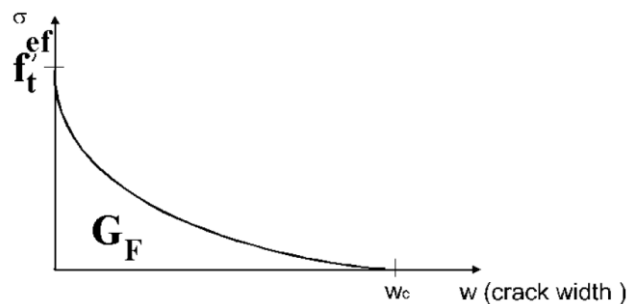
O comportamento tensão-deformação do modelo está descrito na Figura 3.16. O gráfico está dividido em quatro regiões: primeiramente, o comportamento sob tração antes do início da fissuração; após o início da fissuração; e as regiões três e quatro, que representam o comportamento da compressão antes e depois de ser alcançada a carga de pico.

Figura 3.16 – Comportamento de tensão versus deformação para o concreto



Os comportamentos sob tração antes e depois da fissuração são descritos pelas equações 3.17 e 3.18. A lei de abertura de fissura do concreto é descrita pela função exponencial apresentada na Figura 3.14, derivada experimentalmente por HORDIJK (1991). Observa-se que a abertura de fissura é governada por dois parâmetros – a energia de fratura (G_f) e a resistência à tração do concreto (f_t) – e ambos serão alvos na calibração do modelo computacional.

Figura 3.17 – Lei exponencial de abertura de fissura



$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t^{'ef} \quad \text{Equação 3.2}$$

$$\frac{\sigma}{f_t^{'ef}} = \left[1 + \left(3 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \cdot \exp \left(-6,93 \cdot \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} \cdot (1+9) \cdot \exp(-6,93) \quad \text{Equação 3.3}$$

Onde:

w é a abertura de fissura;

w_c é a abertura de fissura quando tensão resistente chega a zero e pode ser calculado por

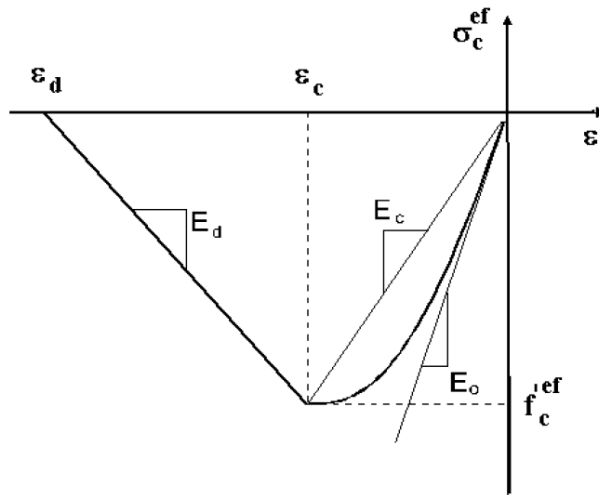
$$w_c = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_t^{ef}};$$

G_f é a energia de fratura;

f_t^{ef} é a resistência a tração efetiva igual a $f_t \cdot (1 - \frac{0,95\sigma_c}{f_c})$

O comportamento do concreto comprimido segue a função apresentada na Figura 3.15 regida pela Equação 3.3. Esta é a mesma abordagem recomendada pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993), o módulo de elasticidade também é alvo da calibração.

Figura 3.18 – Comportamento do concreto sob compressão segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993)



$$\sigma_c^{ef} = f_c^{'ef} \cdot \frac{\frac{E_0}{E_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_0}{E_c} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}}$$

Equação 3.4

Onde:

σ_c^{ef} é a tensão de compressão no concreto;

$f_c^{'ef}$ é a resistência à compressão efetiva do concreto;

ε é a deformação no concreto;

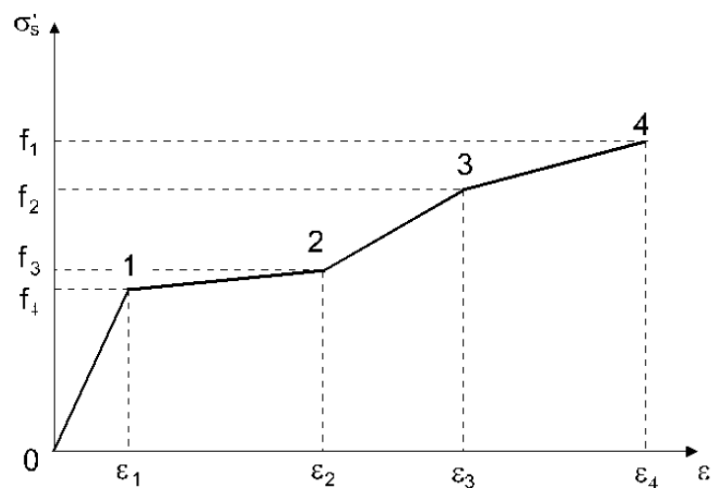
ε_c é a deformação atingida no pico da resistência à compressão do concreto;

E_0 é o módulo de elasticidade inicial do concreto;

E_c é o módulo de elasticidade secante do concreto no pico da resistência à compressão do concreto.

O comportamento das armaduras é descrito por uma lei multilinear ilustrada na Figura 3.19, capaz de considerar as fases elástica, de escoamento, de endurecimento e de ruptura do aço. Para este trabalho, foram consideradas apenas as duas primeiras fases.

Figura 3.19 – Lei multi-linear do aço



3.3. CALIBRAÇÃO DO MODELO SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO

A calibração do modelo foi feita tendo como referência a Laje PV1, sem armadura de cisalhamento. Neste momento, serão comparadas as respostas de carga – rotação dos modelos para diferentes valores de módulo de elasticidade, resistência à tração, energia de fratura e modelo de fissura variados isoladamente.

Foi conduzido um estudo de malha variando a razão entre a espessura da laje e a raiz cúbica do volume dos elementos (h/L). Foram testados dois valores de módulo de elasticidade, um calculado de acordo com o *fib Model Code 2010* (2013) e outro obtido pela recomendação da *EN1992-1-1 Eurocode 2* (2010).

Foram testadas as duas recomendações normativas atuais para a obtenção da energia de fratura, uma do *fib Model Code 2010* e outra do *CEB-FIP Model Code 1990*. Apesar de haver a tendência a utilizar a recomendação mais recente, autores como *CERVENKA et al.* (2018), *SHU et al.* (2016) e *MAMEDE et al.* (2012) dão preferência à recomendação do *CEB-FIP Model Code 1990*, pois a do *fib Model Code 2010* não leva em conta o diâmetro dos agregados, podendo, portanto, superestimar os valores de G_f , principalmente para agregados menores.

Para a resistência à tração do concreto, foram testados valores de f_{ctm} e $f_{ctm,inf}$, obtidos pelas equações do *fib Model Code 2010*. A Tabela 3.3 apresenta um resumo dos parâmetros envolvidos na calibração do modelo, juntamente com a formulação usada para sua obtenção. Os itens sombreados correspondem às variáveis usadas no modelo de referência, o qual teve como base os valores calculados pelo *fib Model Code 2010* (2013). A Tabela 3.4 apresenta um resumo dos principais valores de entrada usados no modelo de referência da laje PV1.

Tabela 3.3 – Resumo dos parâmetros testados na calibração do modelo

Relação h/L	-	7
	-	6
Módulo de elasticidade	$E_0 = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{1/3}$	fib Model Code 2010
	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0.3}$	EN1992-1-1 Eurocode 2
Resistencia a tração	$f_{cm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$	fib Model Code 2010
	$f_{cm,inf} = 0,7 \cdot f_{cm}$	fib Model Code 2010
Energia de fratura	$G_f = 0,073 \cdot f_{cm}^{0,18}$	fib Model Code 2010
	$G_f = G_{f0} \cdot (f_{cm} / f_{cm0})^{0,7}$	CEB-FIP Model Code 1990
Modelo de fissura	-	Fixo
	-	Rotacional

Tabela 3.4 – Valores de entrada usados no modelo computacional de referência da laje PV1

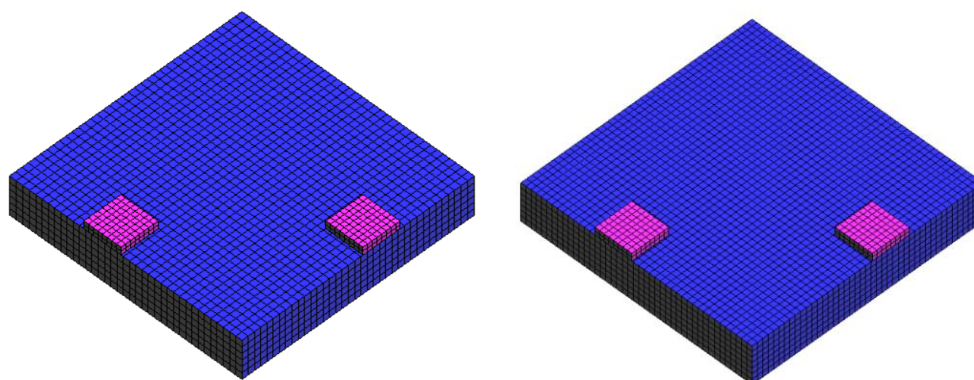
CONCRETO	
Modelo de Fissura	Fixo
f_{cm} (MPa)	34
$f_{ctm,inf}$ (MPa)	1,84
G_f (N/mm)	0,0137
Módulo de Elasticidade (GPa)	32,33
ν	0,2
Geometria do Material	Linear
AÇO	
f_{ys} (MPa)	709
Módulo de Elasticidade (GPa)	200
ν	0,3
Geometria do Material	Linear

3.3.1. ESTUDO DE MALHA

Os valores de h/L testados foram escolhidos com base na conclusão de SHU *et al.* (2016) de que 7 elementos ao longo da espessura da laje seriam o bastante para a obtenção de bons resultados. Foi testada também uma malha menos discretizada, com o objetivo de diminuir o

custo computacional dos modelos. A Figura 3.20a apresenta a malha menos discretizada, com 8497 elementos e a Figura 3.20b a malha mais discretizada com 13233 elementos.

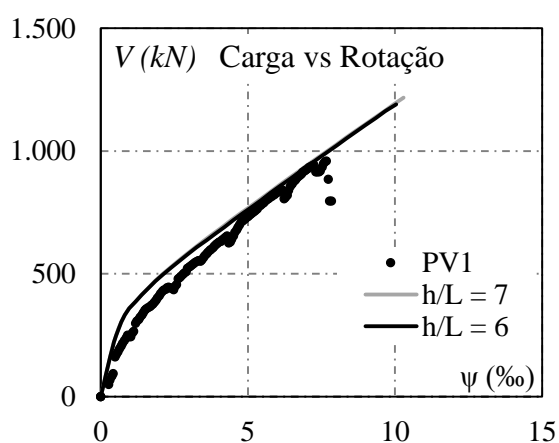
Figura 3.20 – Malhas de elementos finitos propostas



a) Malha menos discretizada

b) Malha mais discretizada

Figura 3.21 – Resultado do estudo de malha



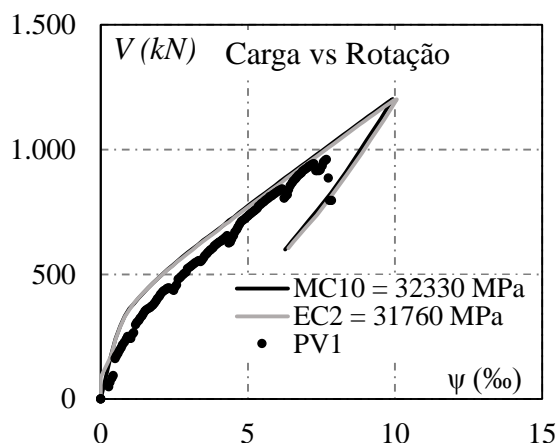
Observando a Figura 3.21 pode-se constatar que não houve grande mudança entres os resultados com as duas malhas. Prezando pela otimização do tempo de processamento dos modelos, foi feita opção pela malha mais leve.

3.3.2. DEFINIÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO

Foram testados dois valores de módulo de elasticidade do concreto. No modelo de referência, foi aplicado o valor recomendado pelo *fib* Model Code 2010 (2013), igual a 32329 Mpa, e a comparação foi feita usando o valor calculado pelo EN1992-1-1 Eurocode 2 (2014), igual a

31758 MPa. MAMEDE *et al.* (2012) obteve bons resultados usando esta segunda recomendação. A Figura 3.22 ilustra o resultado da comparação entre os resultados computacionais e experimental.

Figura 3.22 – Influência do módulo de elasticidade do concreto na resposta carga-rotação

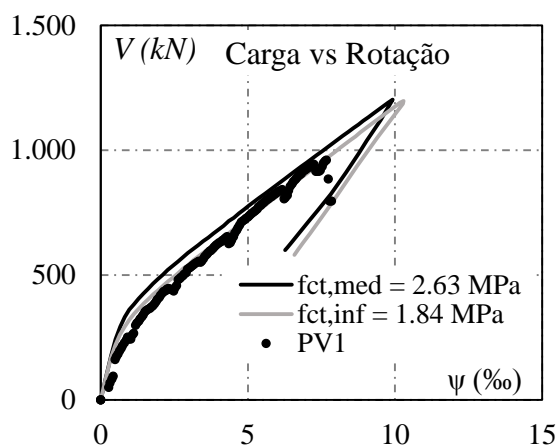


A diferença entre as duas respostas computacionais foi menor que a esperada; carga de ruptura e rotação máxima se mantiveram praticamente as mesmas. Embora não haja melhora significativa em relação ao modelo de referência, percebe-se que, com o módulo elasticidade mais baixo, a rigidez da laje é levemente menor, aproximando-se mais da resposta do ensaio.

3.3.3. DEFINIÇÃO DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO

A equação do *fib* Model Code 2010 (2013) para a resistência à tração do concreto em função da resistência à compressão resulta em 1,84 MPa para o $f_{ct,inf}$ e 2,63 MPa para o f_{ct} . A resistência à tração do concreto é um dos fatores que governam a abertura de fissura. Na Figura 3.23, é evidente que a fissuração do modelo começa mais cedo no modelo com menor f_{ct} , melhorando a correlação com a resposta experimental. Considera-se que o valor de $f_{ct,inf}$ é mais adequado a esta modelagem.

Figura 3.23 - Influência da resistência a tração do concreto na resposta carga-rotação

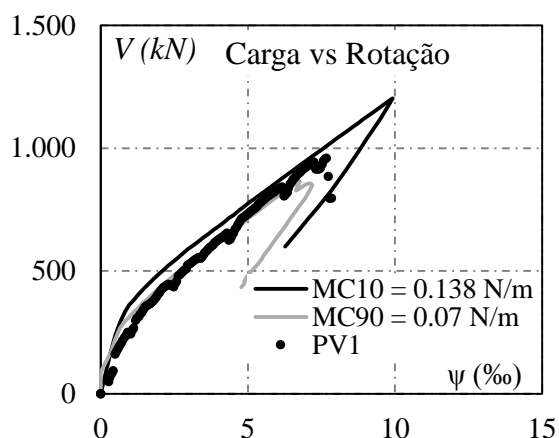


3.3.4. DEFINIÇÃO DA ENERGIA DE FRATURA

A Equação do *fib* Model Code 2010 (2013) para determinação da energia de fratura é considerada inadequada por autores como SHU (2016) e MAMEDE (2012), que dão preferência à recomendação do CEB-FIP Model Code 1990 (1992), que inclui, em sua formulação, um fator para considerar a influência do tamanho do agregado. Geralmente, os resultados das duas recomendações são muito diferentes: neste caso, são 0,0138 N/mm e 0,007 N/mm, respectivamente.

Juntamente com o f_{ct} , o G_f exerce grande influência na lei de abertura de fissura. Analisando o gráfico da Figura 3.24, percebe-se que, além de reduzir a carga de início da fissuração, o valor de G_f mais baixo adequou a carga de ruptura, superestimada com o valor obtido pela recomendação do *fib* Model Code 2010 (2013), reduzindo de 1189 kN para 885 kN, valor mais próximo ao da carga de ruptura do ensaio, de 974 kN. Proporcionalmente à redução da carga de ruptura, houve redução na rotação do modelo.

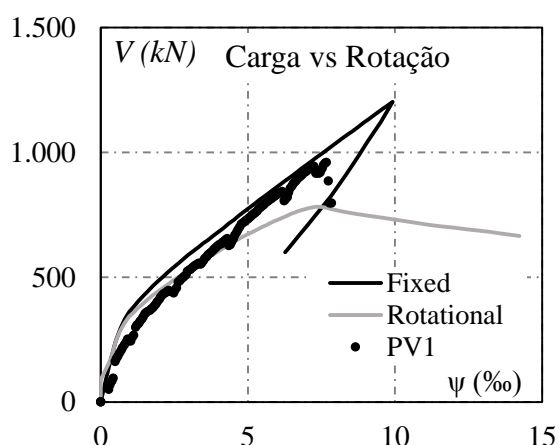
Figura 3.24 - Influência da energia de fratura do concreto na resposta carga-rotação



3.3.5. DEFINIÇÃO DO MODELO DE FISSURA

Foram testados os modelos de fissura fixo, rotacional. A Figura 3.25 apresenta o resultado desta comparação. Na prática, o modelo de fissura influencia diretamente a rigidez após fissuração. Utilizando o modelo rotacional, os resultados mostram uma rigidez muito reduzida em relação ao experimento e, mesmo quando combinada aos valores mais altos de E , f_{ct} e G_f , a carga de ruptura foi cerca de 18% menor do que no ensaio, já que este modelo de fissura não leva em conta um mecanismo relevante para a resistência do concreto, que é o engrenamento dos agregados.

Figura 3.25 - Influência do modelo de fissura do concreto na resposta carga-rotação



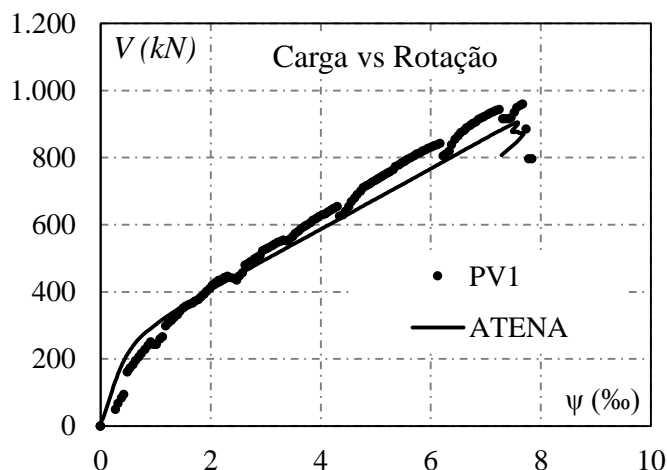
3.4. RESULTADO DA CALIBRAÇÃO SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO

A Tabela 3.5 apresenta os dados de entrada escolhidos após a calibração do modelo. Nos parâmetros que foram alvo de calibração, é indicada também recomendação de cálculo adotada. A Figura 3.26 mostra o resultado de carga-rotação para as lajes PV1. As diferenças entre carga de ruptura e rotação foram de 13% e 11%, respectivamente. Apesar de o resultado apresentado durante a avaliação do valor de G_f ter uma aproximação levemente melhor em questão de resistência e rotação máxima, optou-se por esta configuração de parâmetros considerando a maior precisão da curva carga-rotação de modo geral quando comparada ao ensaio. A rigidez inicial do modelo e ponto de início de fissuração mostram boa correspondência com o ensaio.

Tabela 3.5 – Resumo dos valores de entrada usados no modelo computacional definitivo da laje PV1

CONCRETO		
Modelo de Fissura	Fixo	-
f_{cm} (MPa)	34	Informado pelo autor
$f_{ctm,inf}$ (MPa)	1,84	<i>fib</i> Model Code 2010 (2013)
G_f (N/mm)	0,007	CEB-FIP Model Code 1990
Módulo de Elasticidade (GPa)	31758	<i>fib</i> Model Code 2010 (2013)
ν	0,2	-
Geometria do Material	Linear	-
AÇO		
f_{ys} (MPa)	709	Informado pelo autor
Módulo de Elasticidade (GPa)	200	-
ν	0,3	-
Geometria do Material	Linear	-

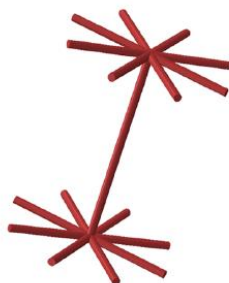
Figura 3.26 – Resultado final de carga-rotação para o modelo computacional da laje PV1



3.5. ESTRATÉGIA DE MODELAGEM DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Neste momento, encontram-se definidos quase todos os parâmetros a serem usados no modelo final e resta apenas definir a melhor forma de representar a armadura de cisalhamento. Genikomsou e Polak (2016) testaram várias estratégias de modelagem para conectores com cabeça, incluindo o uso de elementos de *shell*, sólidos e lineares. Foi concluído que elementos lineares com aderência perfeita, modelados de acordo com a Figura 3.27, são capazes de simular satisfatoriamente o comportamento das armaduras de cisalhamento. A cabeça é simulada por meio de elementos lineares iguais aos do resto das armaduras. Cada um dos oito segmentos possui comprimento igual à bitola da armadura multiplicada por 1,5. Segundo GENIKOMSOU e POLAK (2016), esta é uma forma de distribuir os esforços entre nós adjacentes, contribuindo com a prevenção de rupturas localizadas do concreto.

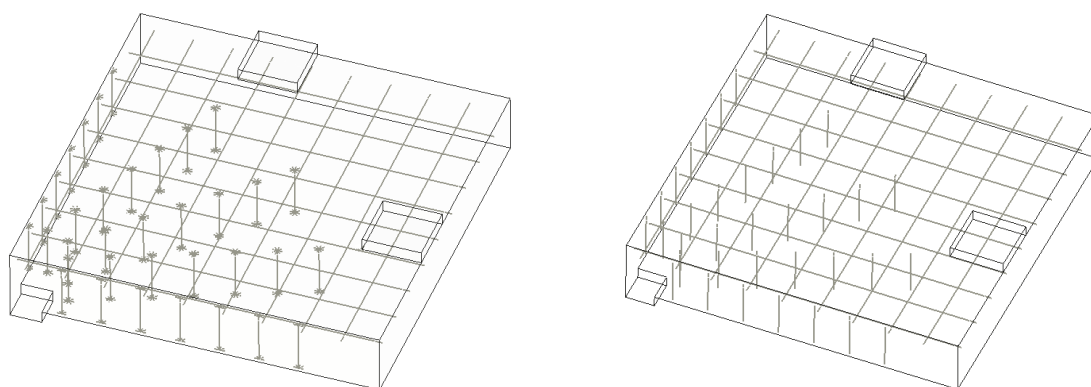
Figura 3.27 – Representação computacional de um conector com cabeça (adaptado de GENIKOMSOU e POLAK, 2016)



Esta última análise tem por objetivo verificar a necessidade da representação da cabeça dos conectores no modelo computacional. A comparação foi feita com base na laje PL7, já

configurada com os parâmetros resultantes da calibração anterior. A Figura 3.28 ilustra a geometria da laje PL7, dando destaque ao posicionamento das armaduras de cisalhamento com e sem cabeça.

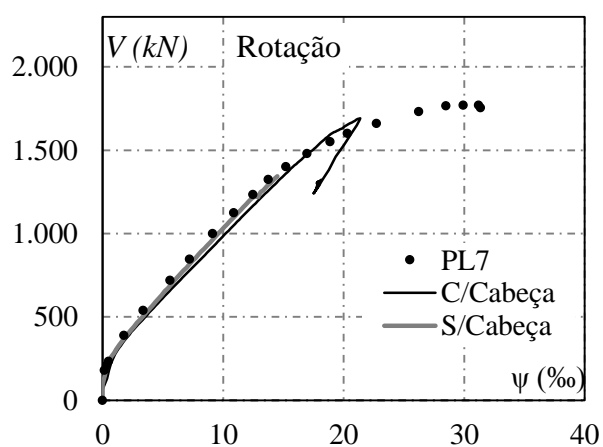
Figura 3.28 – Geometria do modelo da laje PL7



a) Modelo simulando a cabeça do conector b) Modelo sem simulação da cabeça do conector

A Figura 3.29 apresenta a comparação entre as respostas de carga-rotação. Observa-se que houve ganho de carga e rotação máxima relevantes com a inclusão da cabeça dos conectores. O aumento de resistência e rotação aproximou as respostas computacional e experimental, reduzindo o erro de 18% para 6,8% para a carga e de 44% para 38% no caso da rotação. Apesar da diferença mínima de carga última cerca de 40% do deslocamento do modelo experimental foi nos último 100 kN do carregamento, gerando a grande diferença entre as rotações máximas.

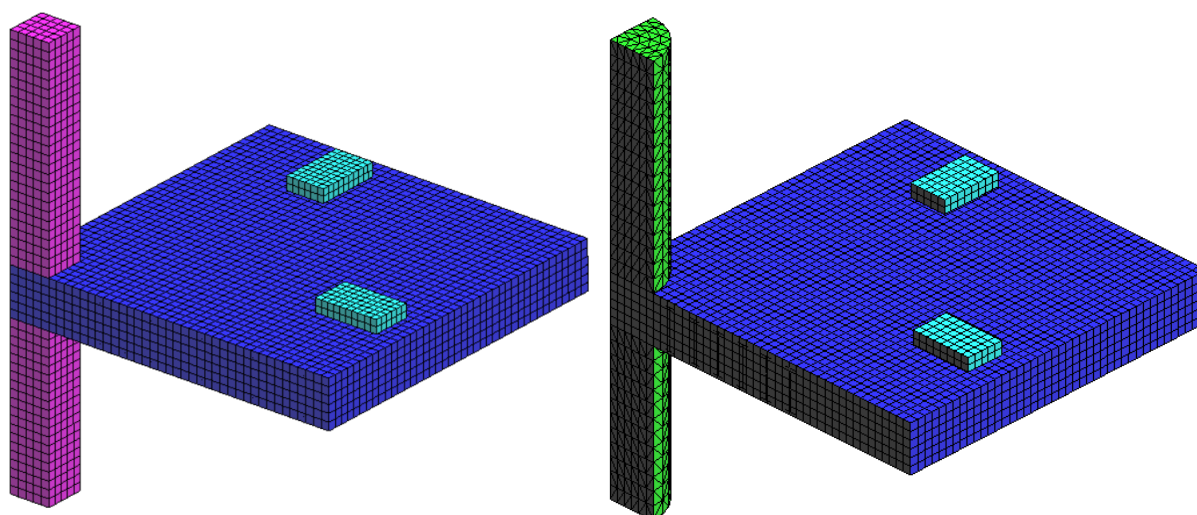
Figura 3.29 – Resposta carga-rotação simulando ou não a cabeça dos conectores



3.6. VALIDAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE MODELAGEM PROPOSTA

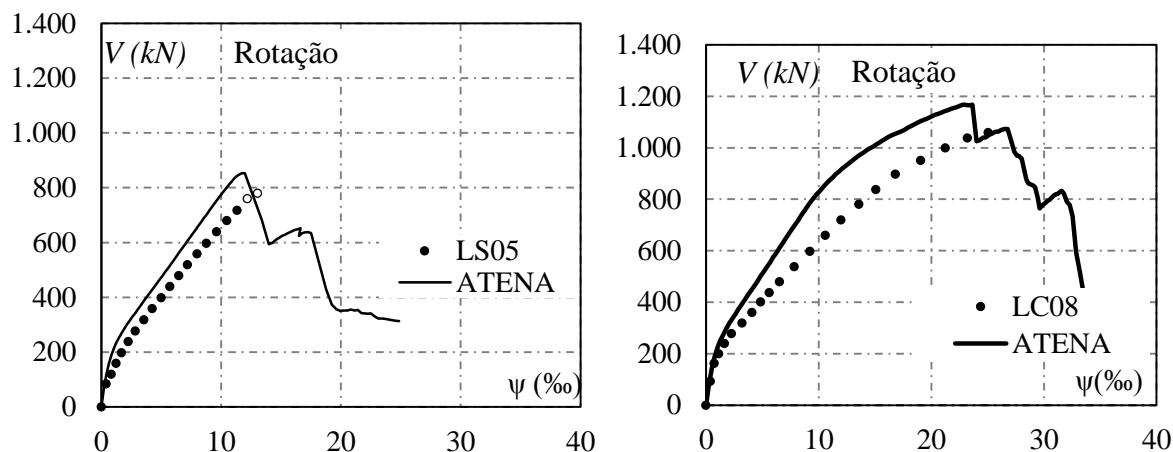
A mesma estratégia de modelagem testada nos espécimes de LIPS (2012) foi utilizada para os modelos da série de FERREIRA (2010). Para fins de validação, foram modeladas as lajes LS05, com pilar quadrado e sem armadura de cisalhamento, usada como referência para validação das propriedades do concreto, e LC08, com pilar circular e armadura de cisalhamento. A Figura 3.30 representa a forma final do modelo das duas lajes. A discretização da malha, a aplicação de carga e as condições de contorno foram as mesmas usadas na modelagem da PV1 e PL7. O segmento de pilar quadrado tem sua malha com os mesmos tipo e tamanho de elemento do restante, enquanto para os pilares circulares foi necessário usar elementos prismáticos triangulares ao invés dos hexaédricos, devido à sua forma curva.

Figura 3.30 – Malha de elementos finitos usada nos modelos das lajes LS02 e LC08



A Figura 3.31 apresenta o resultado de carga vs. rotação das lajes LS05 e LC08. A LS05 mostra boa correlação tanto em relação à carga quanto à rotação, porém, nos últimos passos de carga, observa-se um leve distanciamento entre as curvas computacional e experimental. Na LC08, este esse distanciamento cresce até a ruptura e, ainda assim, os valores finais de carga e rotação computacionais são próximos do ensaio real.

Figura 3.31 – Resultados de carga-rotação para as lajes LS05 e LC08



4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COMPUTACIONAIS E EXPERIMENTAIS.

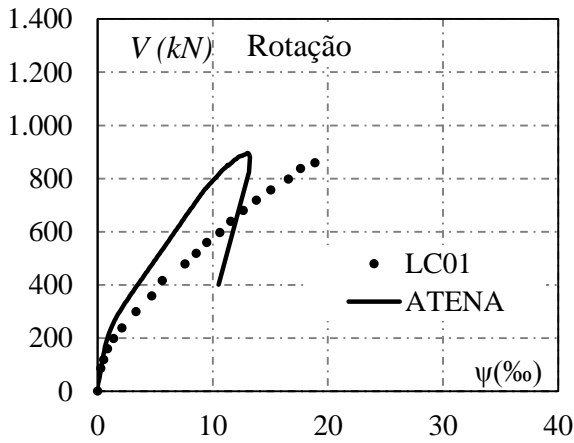
Tendo sido definidas quais equações usar para o cálculo dos parâmetros não informados no programa experimental dos autores, foram processadas as lajes LC01, LC02, LC03 e LC07 de FERREIRA (2010) e as lajes PL11 e PL12 de LIPS (2012). Os resultados obtidos são comparados com seus equivalentes experimentais a fim de avaliar a estratégia de modelagem proposta.

4.1.1. CARGA VS. ROTAÇÃO

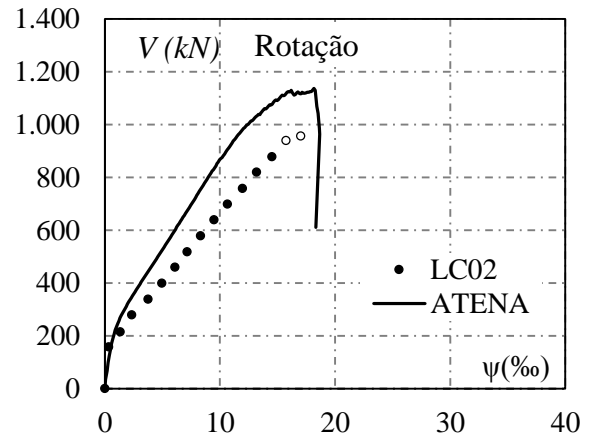
A Figura 4.1 compara diretamente os resultados de carga vs. rotação obtidos experimentalmente e computacionalmente para as oito lajes modeladas. De modo geral, observa-se uma boa correlação para a carga de ruptura, com o erro máximo sendo de 12% para a laje LC08 e um erro médio de 5,6%. A rotação máxima apresenta correlação ruim para algumas lajes, como a PL7 e LC01, conforme as Figuras 4.1f e 4.1a, respectivamente.

Para a laje PL7, a diferença de 7% na carga de ruptura do modelo resulta na diferença de rotação observada, já que, no modelo experimental, cerca de 30% da rotação se desenvolve entre 1600 kN de carga e a ruptura. Na laje LC01, assim como nos outros modelos de FERREIRA (2010), o que se observa é uma divergência nos comportamentos computacional e experimental ao longo do carregamento, sendo o computacional sempre mais rígido, alcançando, em alguns casos, a rotação do experimental já próximo da ruptura.

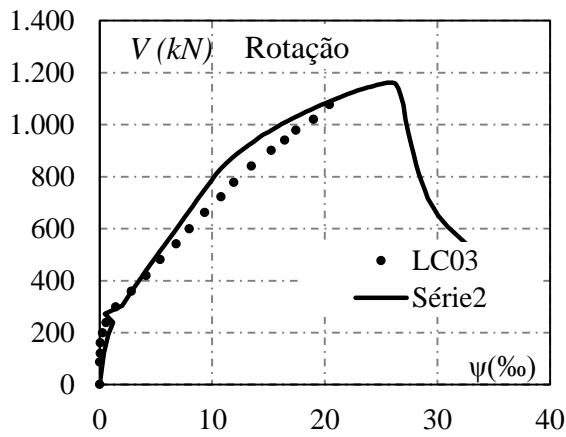
Figura 4.1 – Comparação das respostas carga-rotação dos modelos



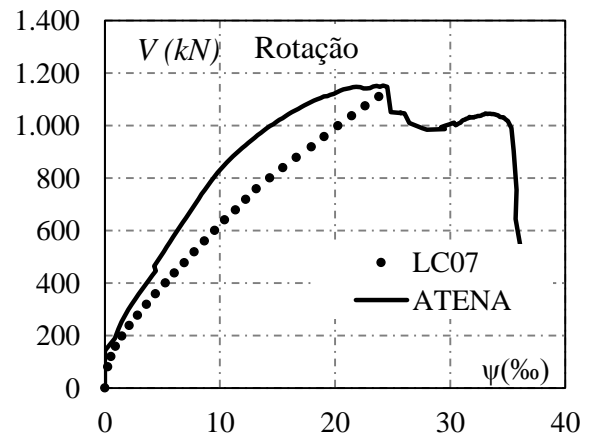
a) Laje LC01



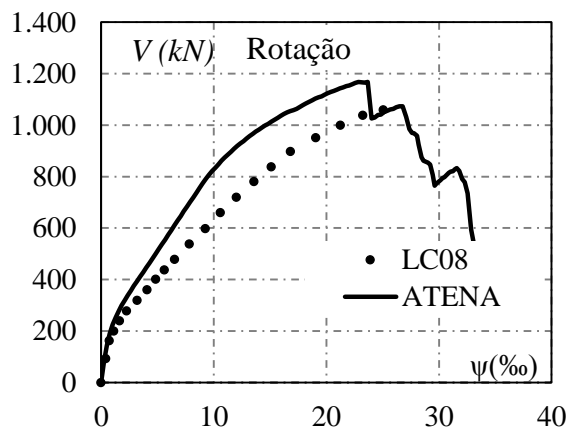
b) Laje LC02



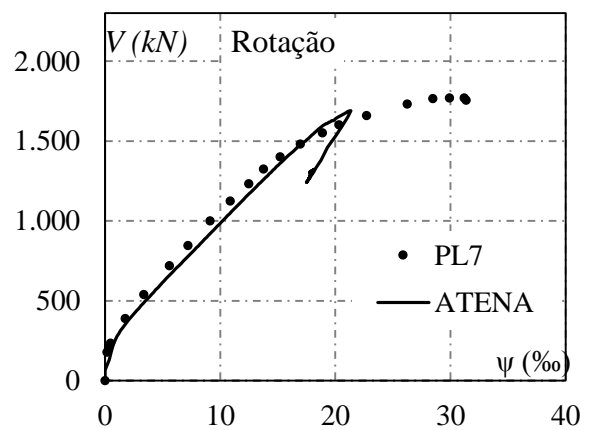
c) Laje LC03



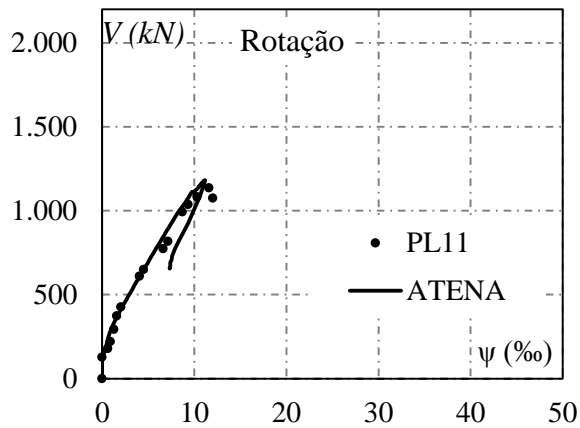
d) Laje LC07



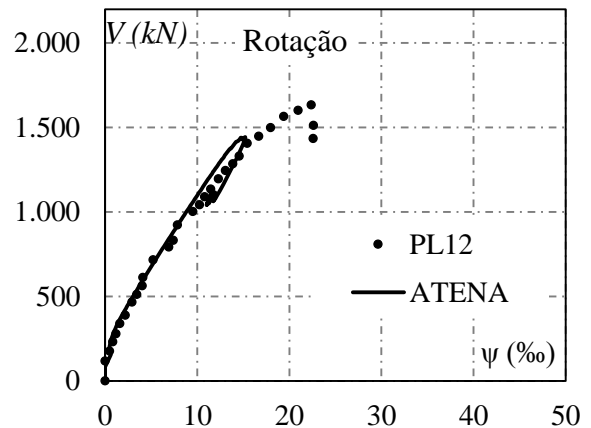
e) Laje LC08



f) Laje PL7



g) Laje PL11



h) Laje PL12

4.1.2. CARGA VS. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE FLEXÃO

FERREIRA (2010) mediu a deformação nas armaduras de flexão de seus espécimes. As Figuras 4.2 a 4.6 comparam as respostas computacional e experimental. Observa-se boa correlação entre as deformações medidas, contribuindo para a validação dos modelos apresentados, já que de modo geral a estratégia de modelagem utilizada pode prever com precisão o comportamento à flexão das lajes analisadas.

Figura 4.2– Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC01

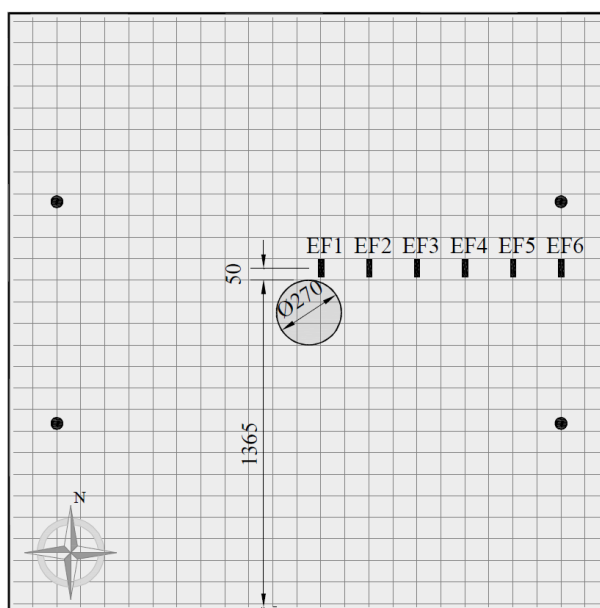
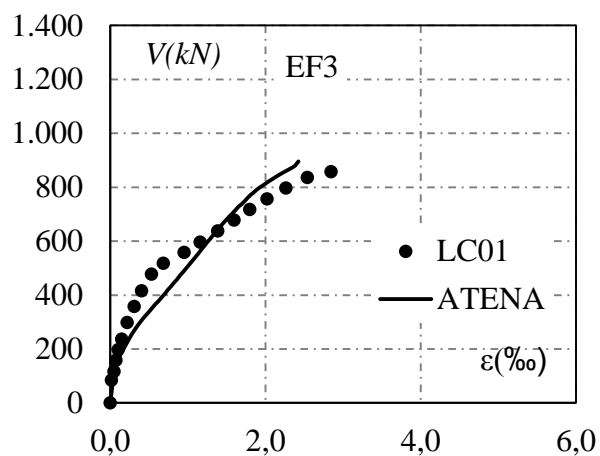
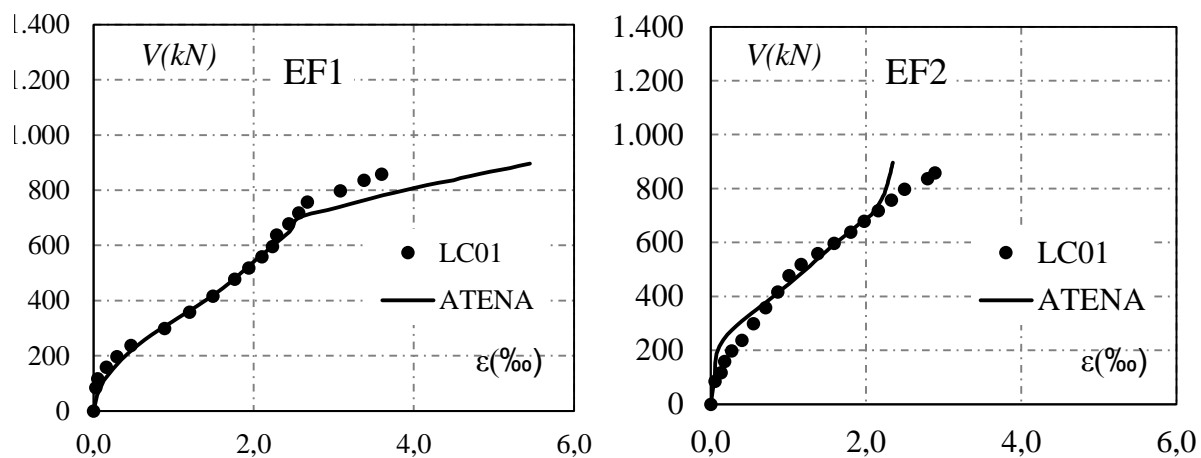


Figura 4.3– Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC02

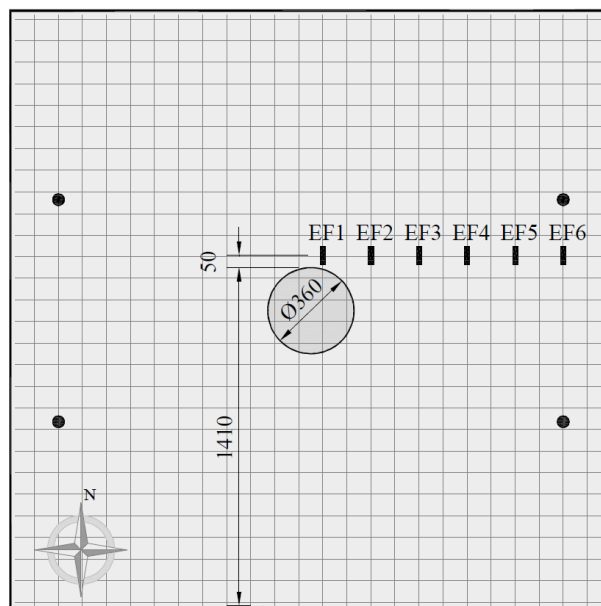
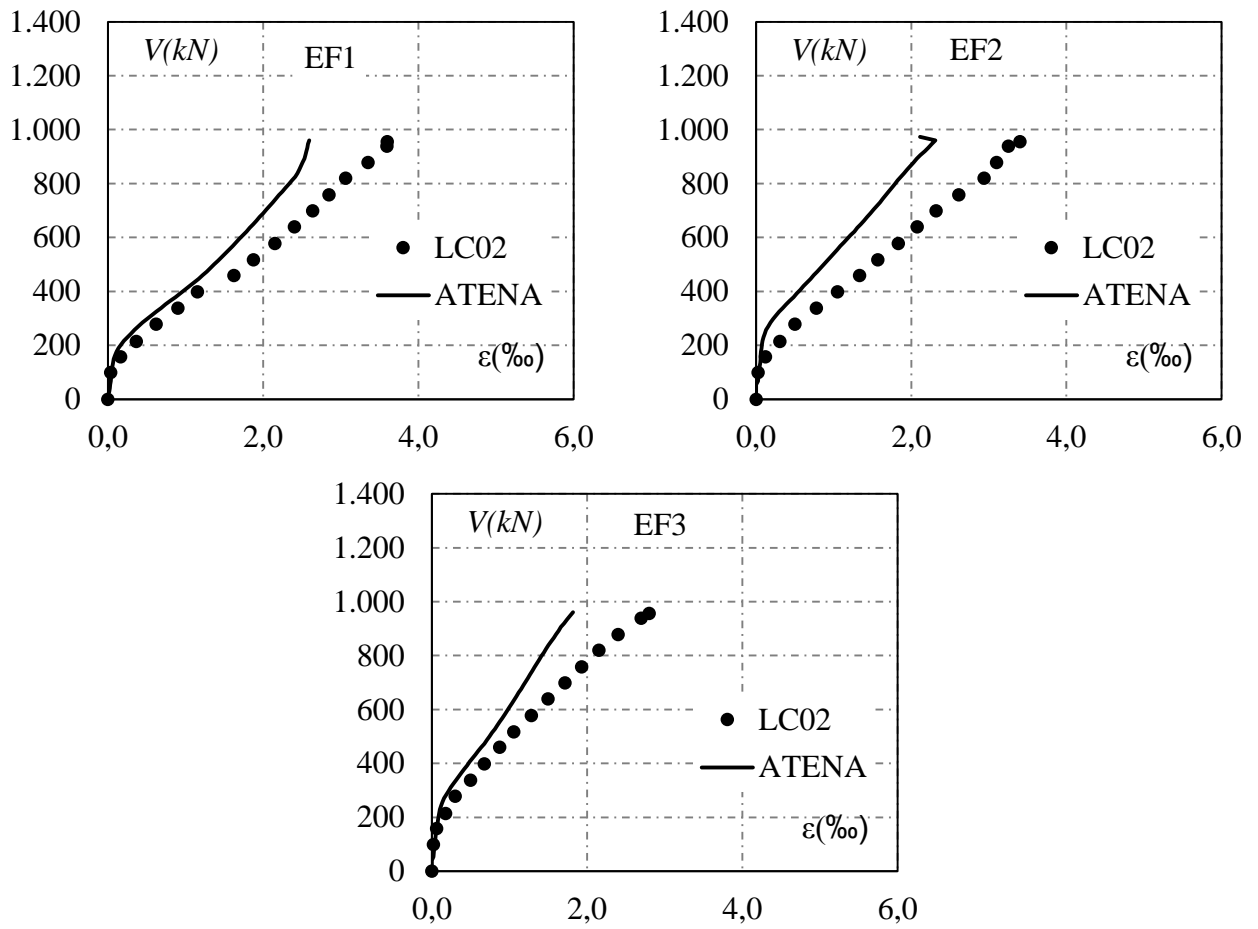


Figura 4.4– Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC03

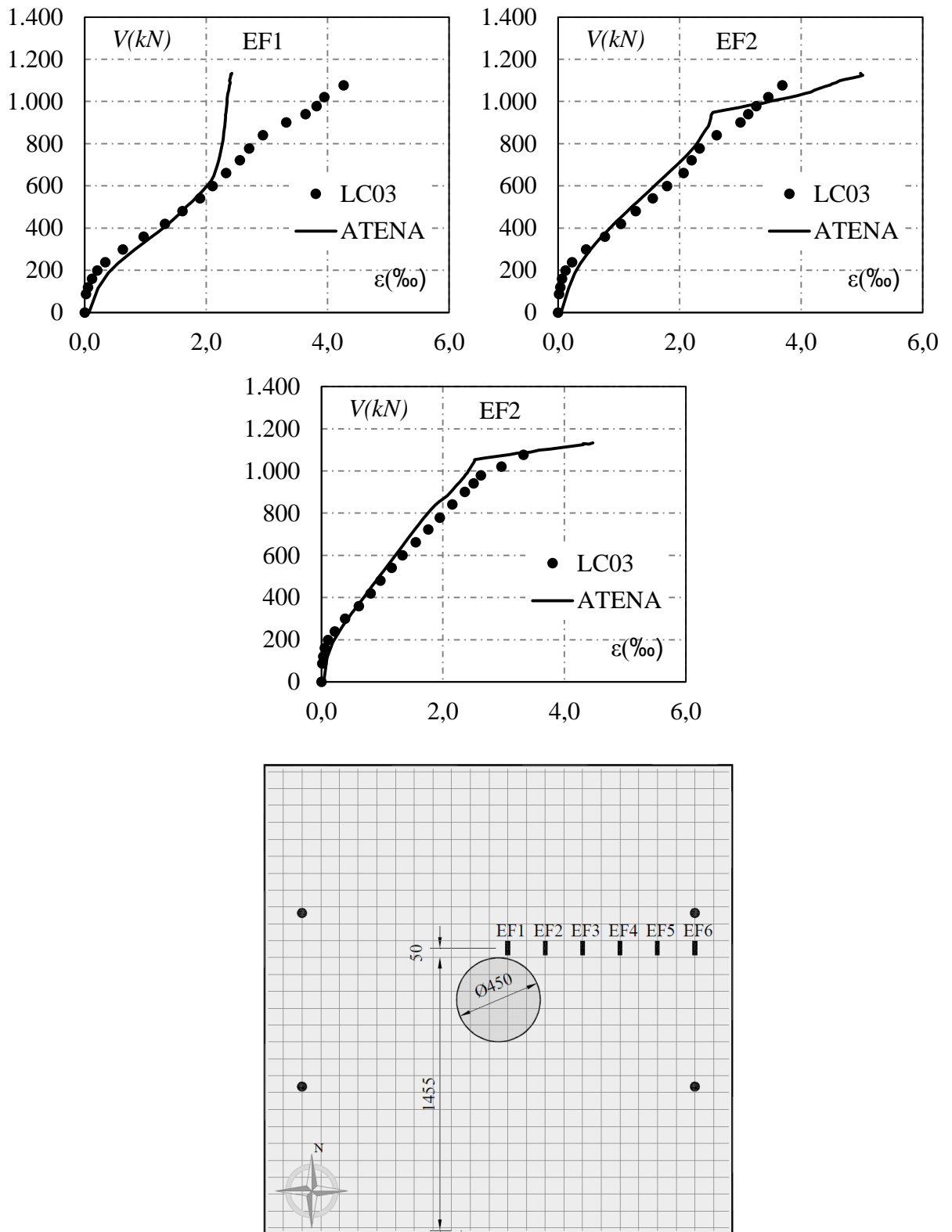


Figura 4.5 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC07

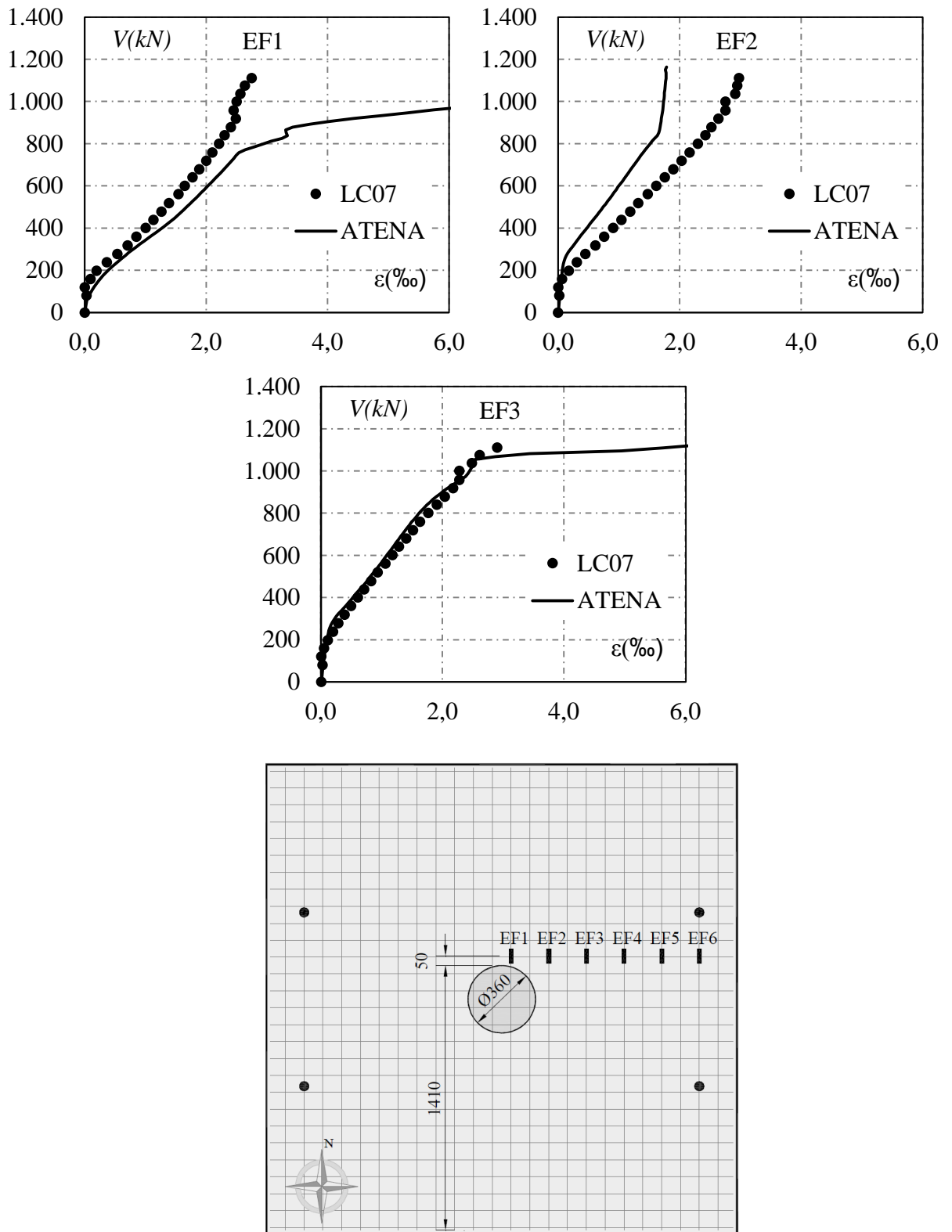
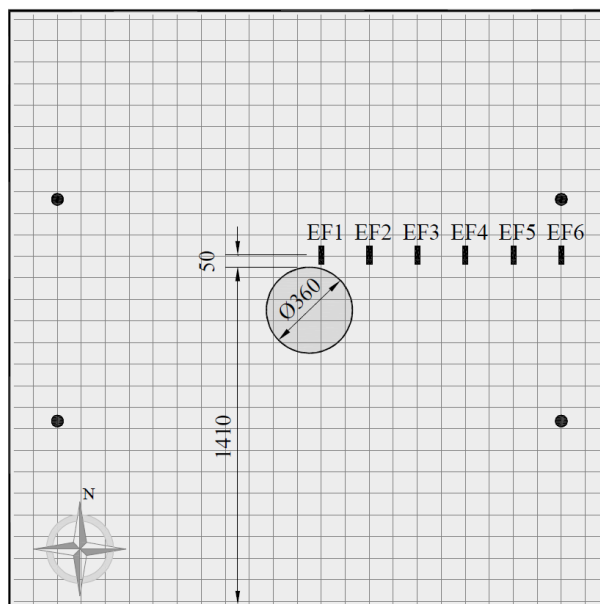
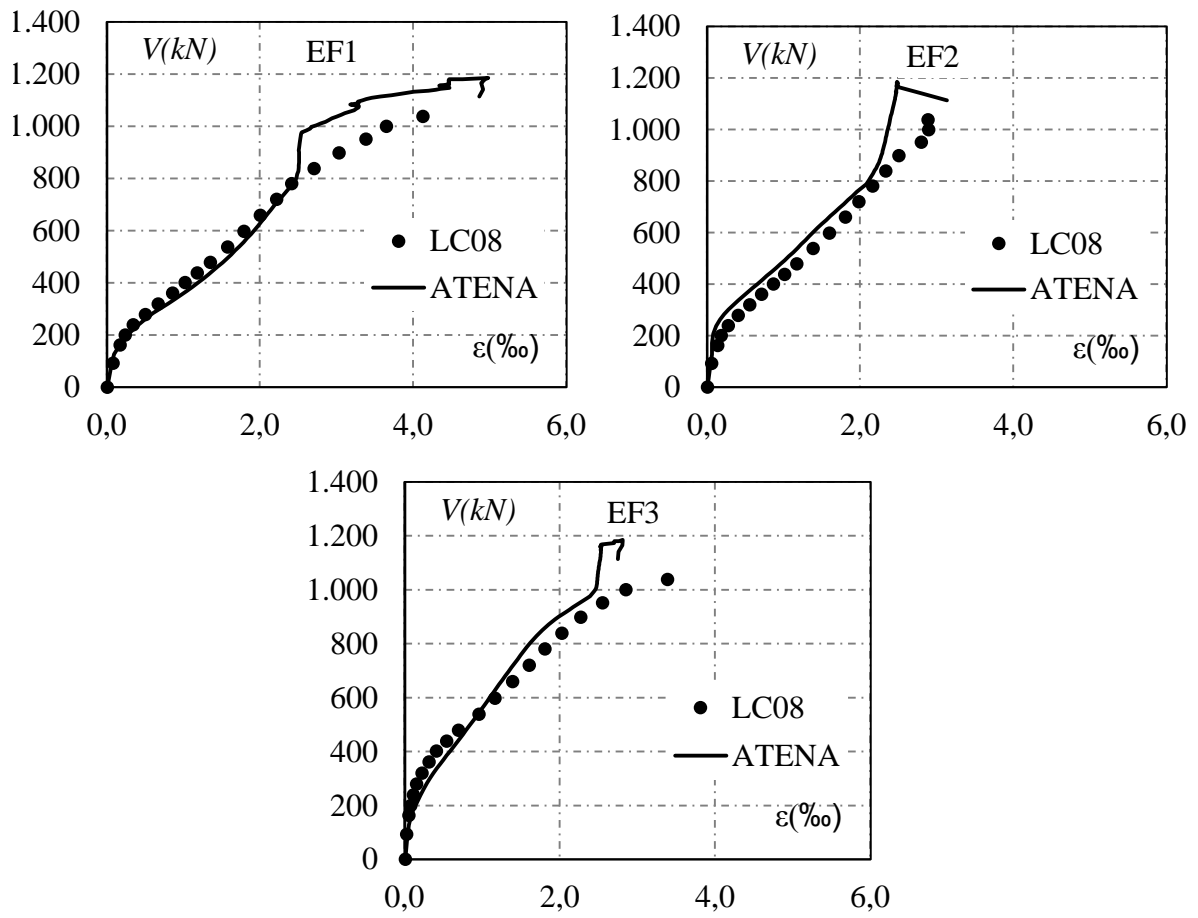


Figura 4.6 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de flexão dos modelos computacionais e experimentais para a laje LC08



4.1.3. CARGA VS. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE CISALHAMENTO

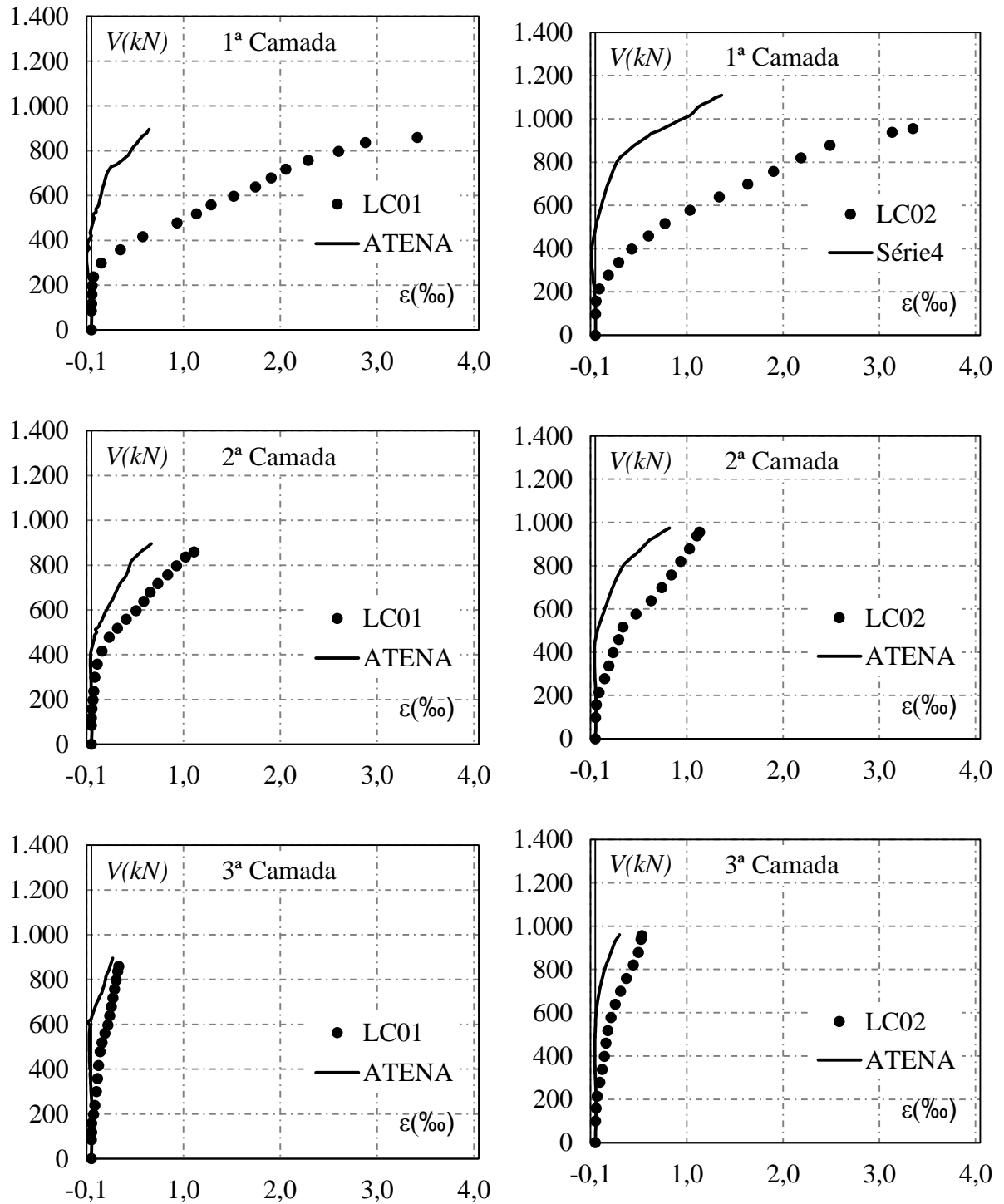
As Figuras 4.7 a 4.11 apresentam a média de deformação por camada de armadura de cisalhamento nas oito lajes modeladas, sempre comparando a resposta computacional com a experimental. Nas lajes da série LC de FERREIRA (2010), observa-se um comportamento em que a armadura de cisalhamento deforma menos em relação ao ensaio, principalmente na primeira camada das lajes LC01 e LC02.

As lajes LC03 a LC08 alcançam valores mais correlatos de deformação, porém ainda há um distanciamento considerável. É interessante notar que, para a série LC, mesmo quando a deformação última apresenta melhor correlação com o experimental, percebe-se distância das curvas durante o carregamento da laje, dando a entender que o concreto no modelo computacional suporta níveis de carregamento mais altos antes de perder sua capacidade resistente. Vale lembrar que as lajes desta série foram construídas com concreto de alto desempenho, com valor de resistência à compressão de cerca de 50 MPa.

Os resultados dos modelos computacionais da série PL de LIPS (2012), apresentados nas Figuras 4.10 e 4.11, têm uma boa correlação com os experimentais. Para a laje PL7, observa-se que o comportamento da armadura ao longo do carregamento segue o mesmo padrão experimental, com pequeno desvio, com exceção da medida na região inferior da armadura da primeira camada. Neste caso, o experimental apresenta um alívio de deformação que não foi reproduzido no modelo computacional.

O modelo computacional da laje PL12 também capturou com boa precisão a deformação real das armaduras. Cabe lembrar que não foi fornecido pelo autor original o valor de deformações para a região inferior da segunda camada de armadura desta laje. Para estes dois espécimes, deve-se observar que, na terceira camada, tanto na região inferior quanto na superior, os valores de deformação computacionais excedem os reais. Supõe-se que isto se deva à formação de fissuras secundárias no modelo computacional, porém esta questão será discutida com mais profundidade adiante. LIPS (2012) não apresenta os valores de deformação medidos na laje PL11.

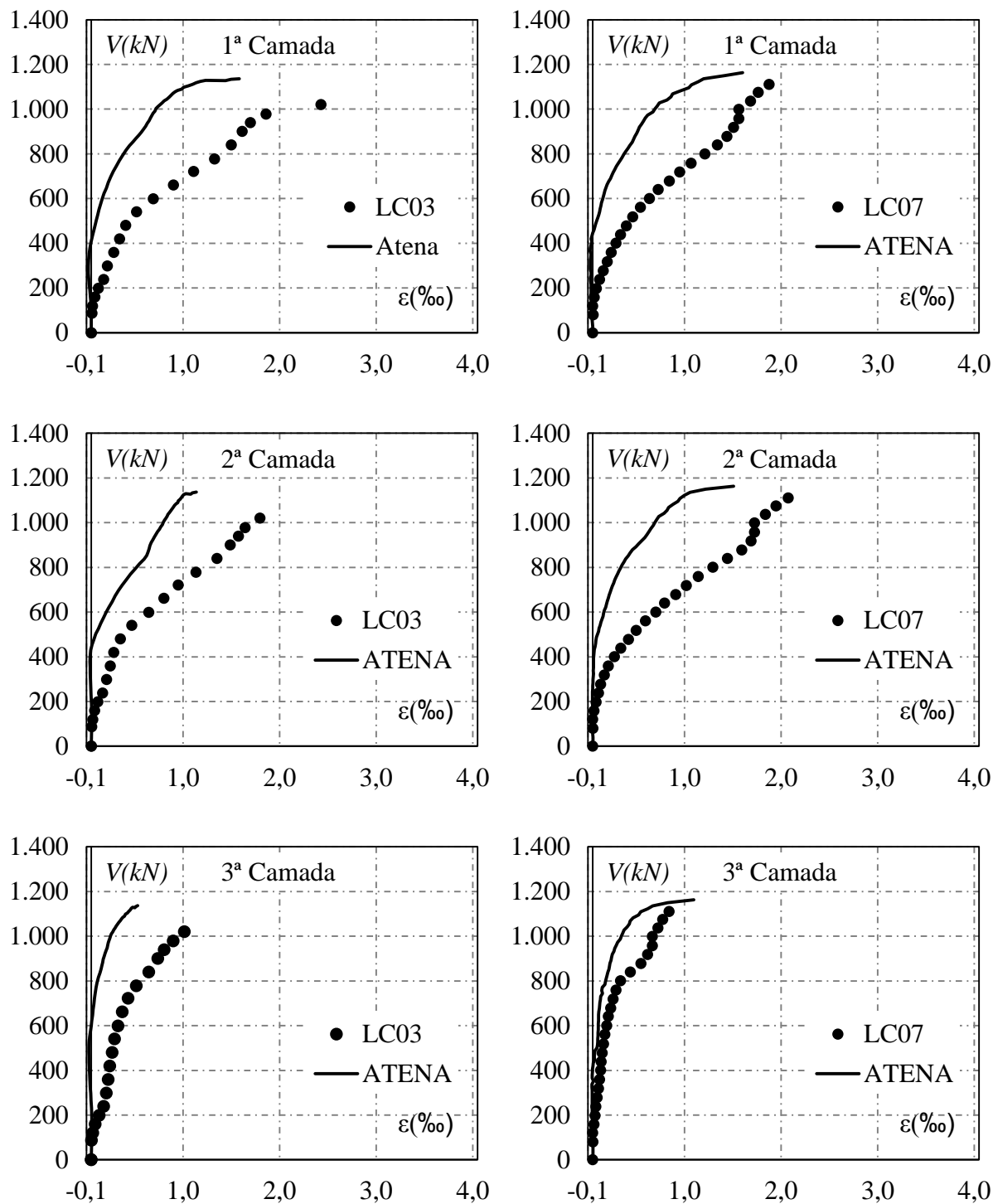
Figura 4.7 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais



a) Laje LC01

b) Laje LC02

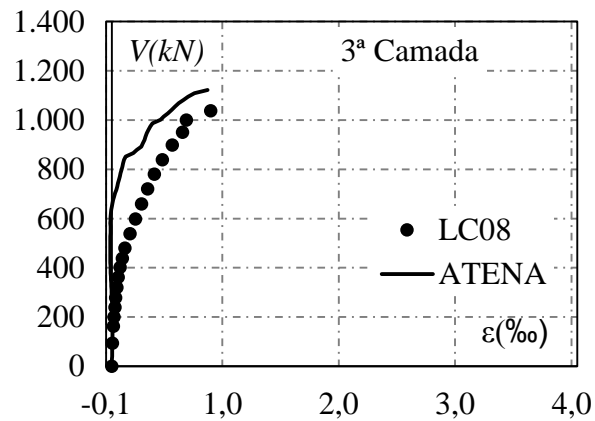
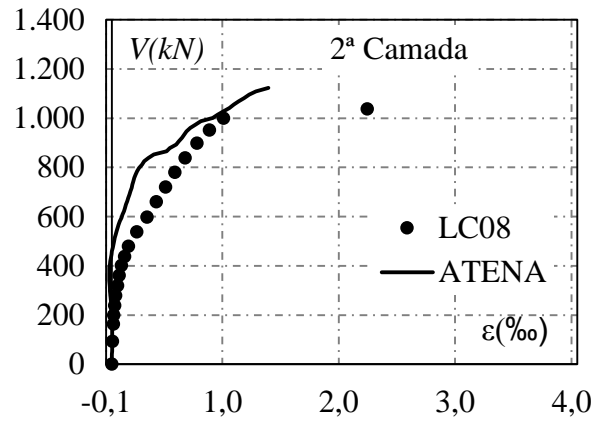
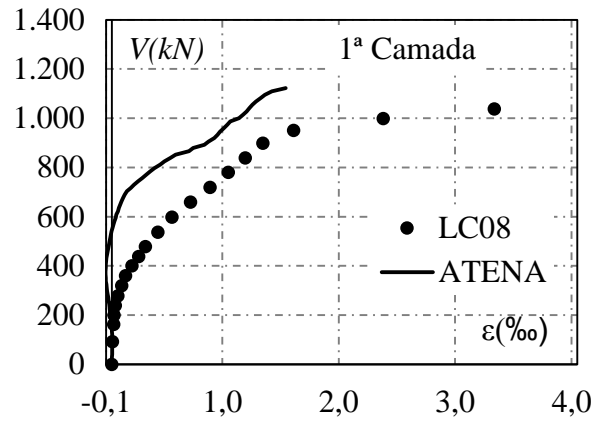
Figura 4.8 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais



c) Laje LC03

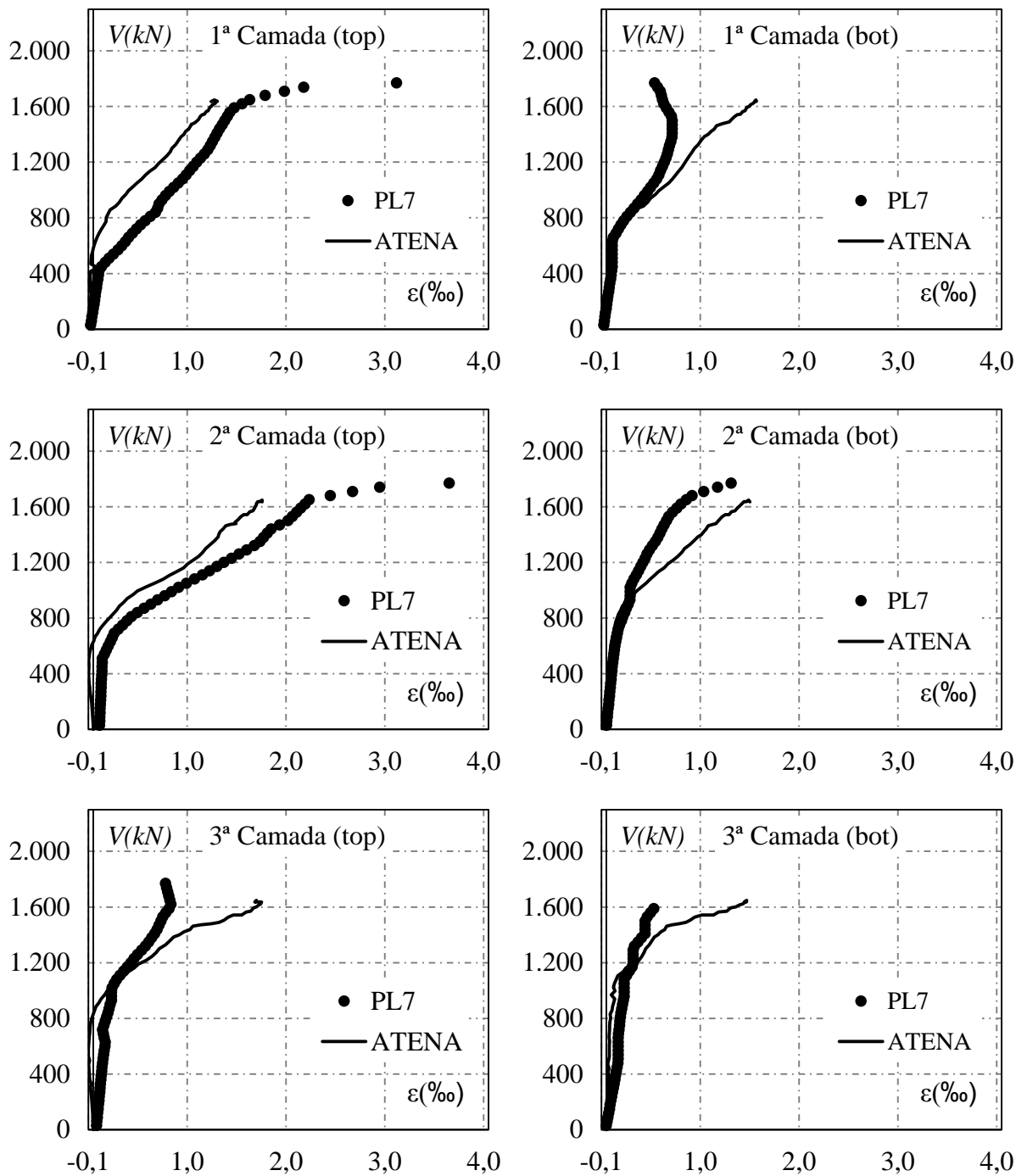
d) Laje LC07

Figura 4.9 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais



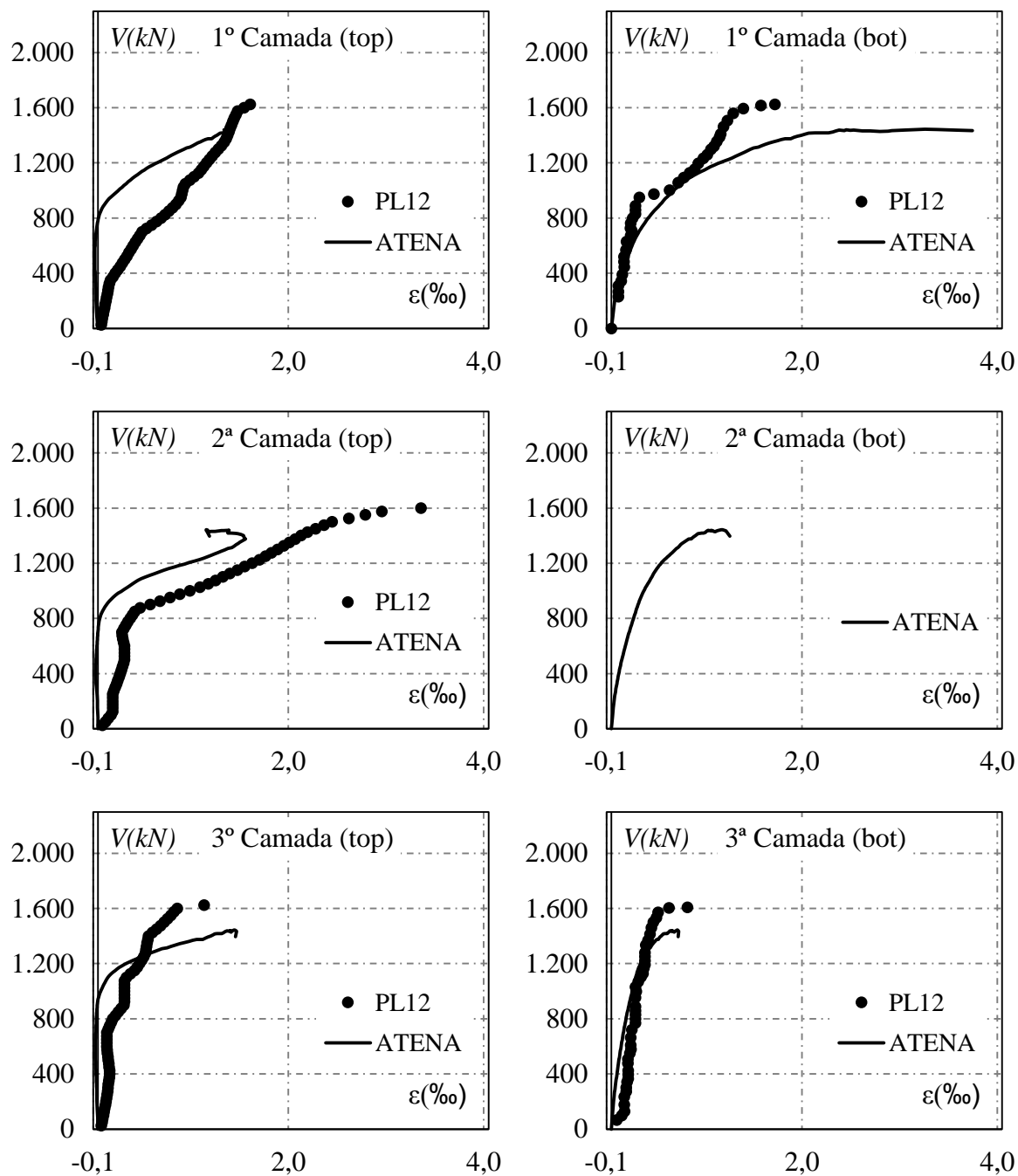
e) Laje LC08

Figura 4.10 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais



f) Laje PL7

Figura 4.11 – Comparação das respostas carga-deformação na armadura de cisalhamento dos modelos computacionais e experimentais



g) Laje PL12

4.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.2.1. FORMAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA NOS MODELOS COMPUTACIONAIS

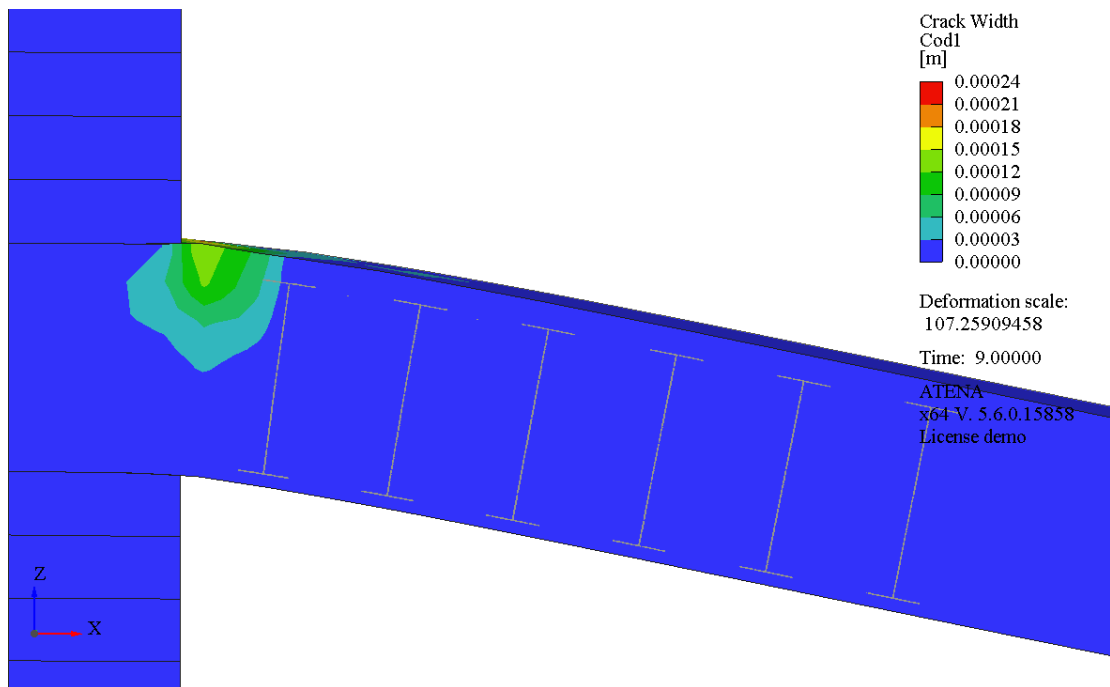
As Figuras 4.12 a 4.27 apresentam o progresso da fissuração das lajes ao longo do carregamento até a formação da superfície de ruptura. Em todos os casos da série LC, observa-se a formação de uma grande fissura de flexão adjacente ao pilar; SIMÕES *et al.* (2018) explica que este é o comportamento padrão para lajes onde o pilar se estende além de sua superfície e acrescenta que esta fissura concentra uma fração significativa da rotação da estrutura.

Nas figuras 4.12 e 4.13, que ilustra a laje LC01, observa-se a formação de uma grande fissura entre o pilar e a primeira camada de armadura e outra fissura menor entre a primeira e a segunda camadas de armadura. Considerando o posicionamento das fissuras e o baixo nível de deformação na primeira camada de armadura, assume-se a superfície de ruptura fora da região da armadura.

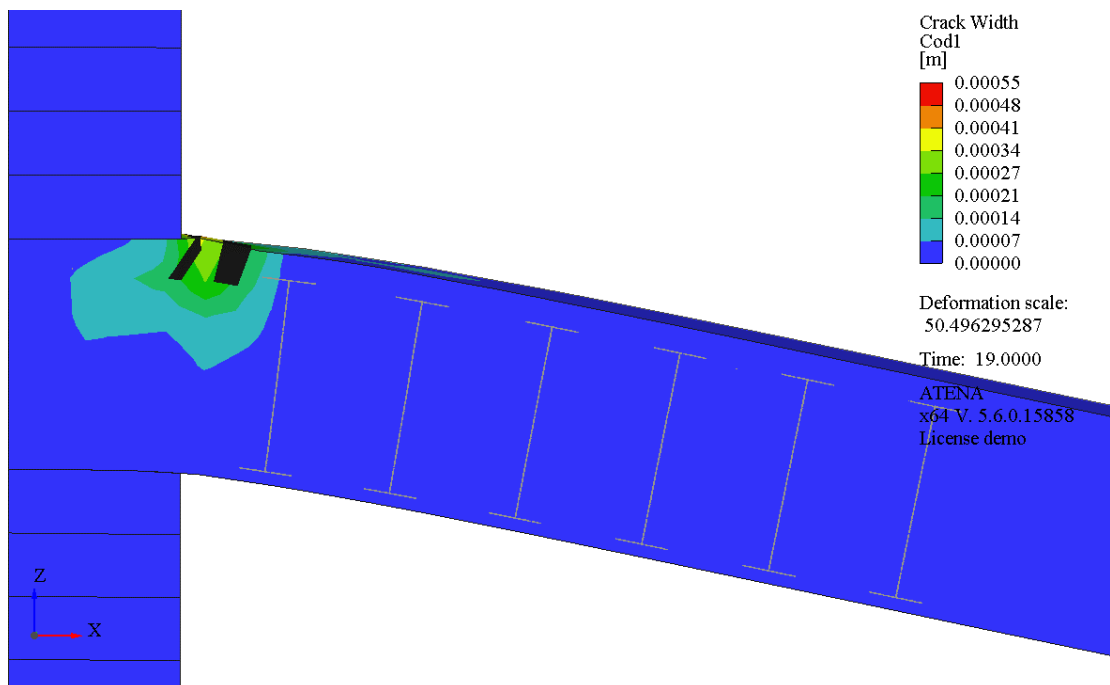
Na laje LC02, representada nas Figuras 4.14 e 4.15, é possível observar a formação da superfície de ruptura cortando a primeira camada de armadura e uma abertura de fissuras pouco relevante cortando a segunda e a terceira camadas. Na laje LC07, apresentada nas Figuras 4.18 e 4.19, observa-se que a superfície de ruptura se forma após 70% do carregamento, cortando as duas primeiras camadas de armadura acima do meio, havendo também uma fissura menos relevante na região inferior da primeira camada. Nas Figuras 4.20 e 4.21, pode-se observar que a formação da superfície de ruptura da laje LC08 começa após 50% do carregamento e parte de uma fissura de flexão – a fissura crítica corta a primeira camada e a segunda camada é cortada por uma fissura secundária.

A série PL não possui o prolongamento do pilar acima da laje, então as fissuras de flexão ocorrem dentro da região do pilar ao invés de se concentrar em sua borda. A laje PL7 começa a formação da fissura crítica após 50% da carga última e corta as duas primeiras camadas de armadura – uma fissura secundária atinge a terceira camada. Na PL11, é possível observar com clareza a superfície de ruptura se formando a partir de uma fissura de flexão até ocorrer a ruptura por punção; a fissura crítica corta as duas primeiras camadas de armadura. Por fim, na PL12 é possível observar a formação da fissura crítica a partir de 30% do carregamento; ela termina cortando as duas primeiras camadas.

Figura 4.12 – Fissuração na laje LC01 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

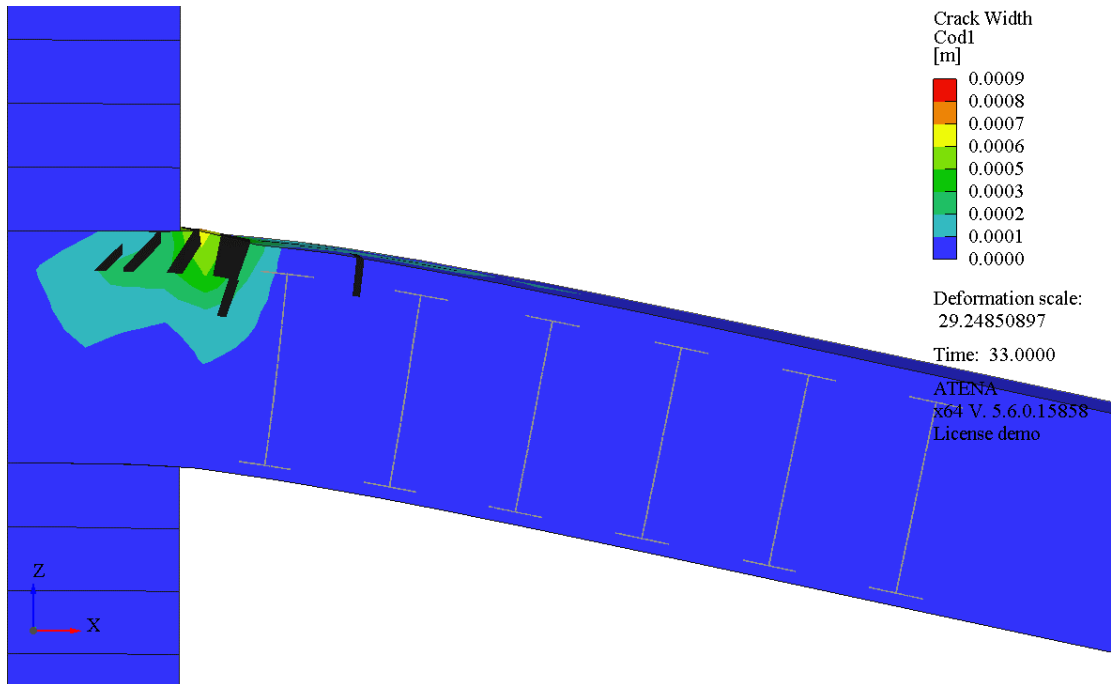


a) 30% da carga última

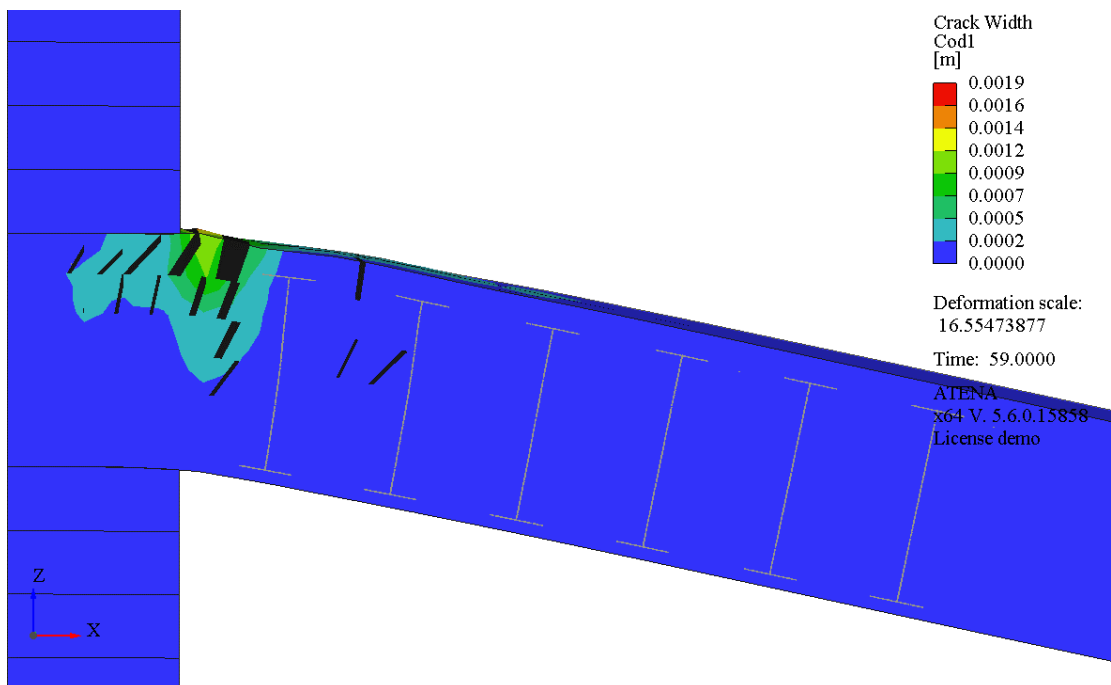


b) 50% da carga última

Figura 4.13– Fissuração na laje LC01 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

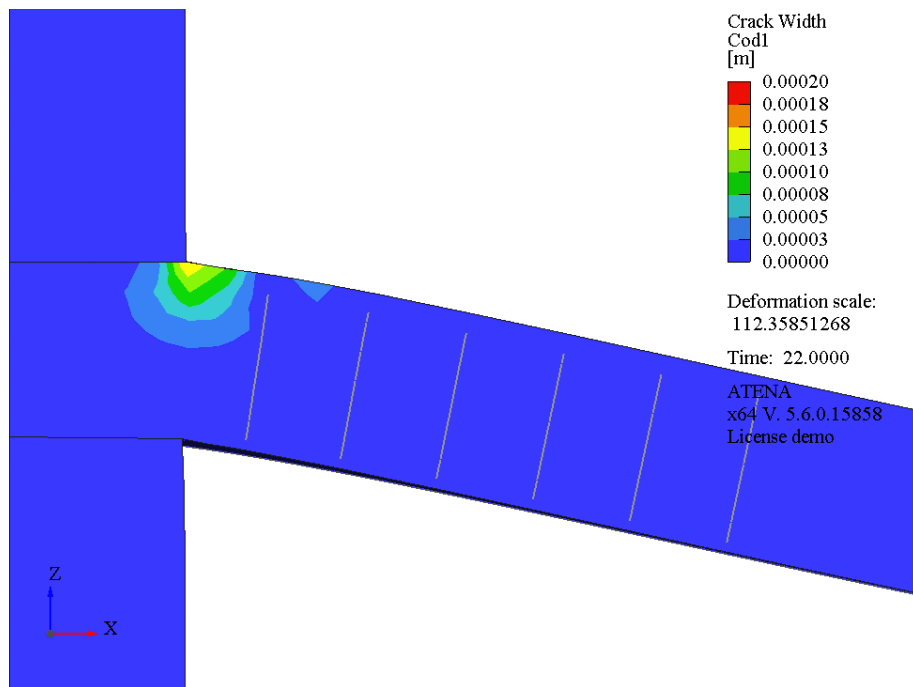


a) 70% da carga última

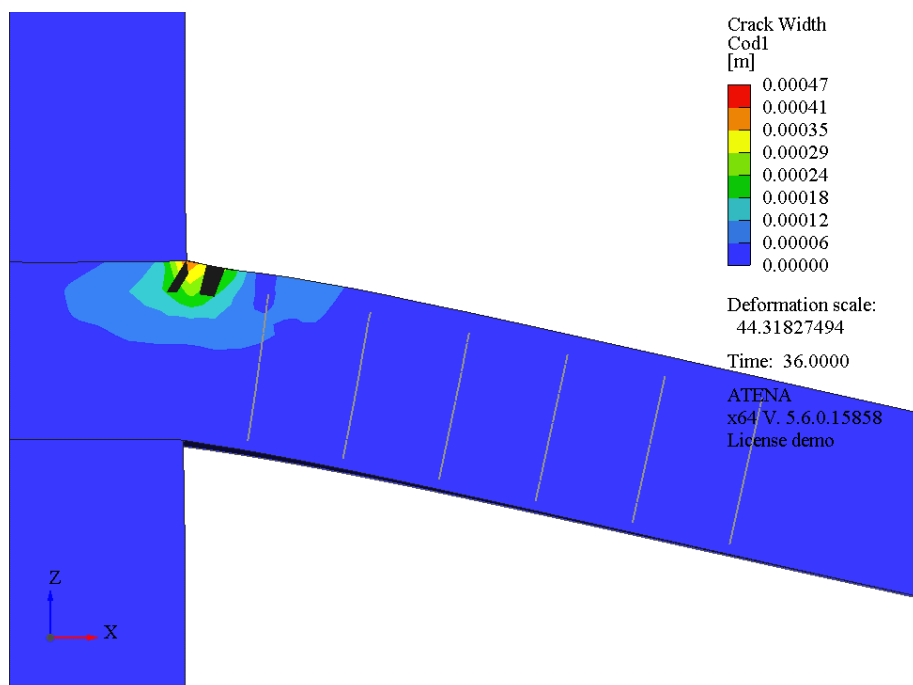


b) 100% da carga última

Figura 4.14 - Fissuração na laje LC02 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm

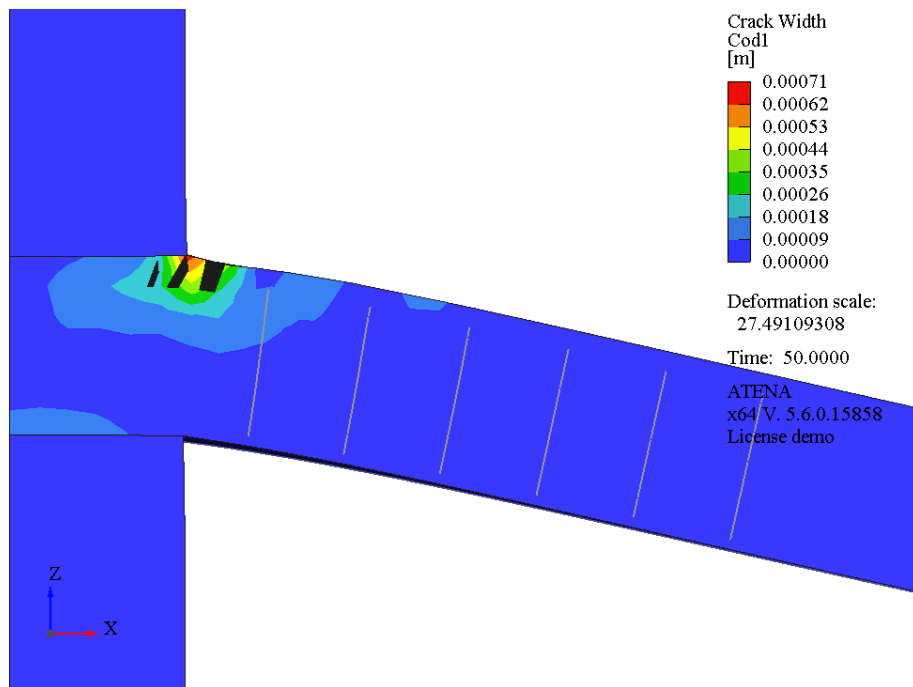


a) 30% da carga última

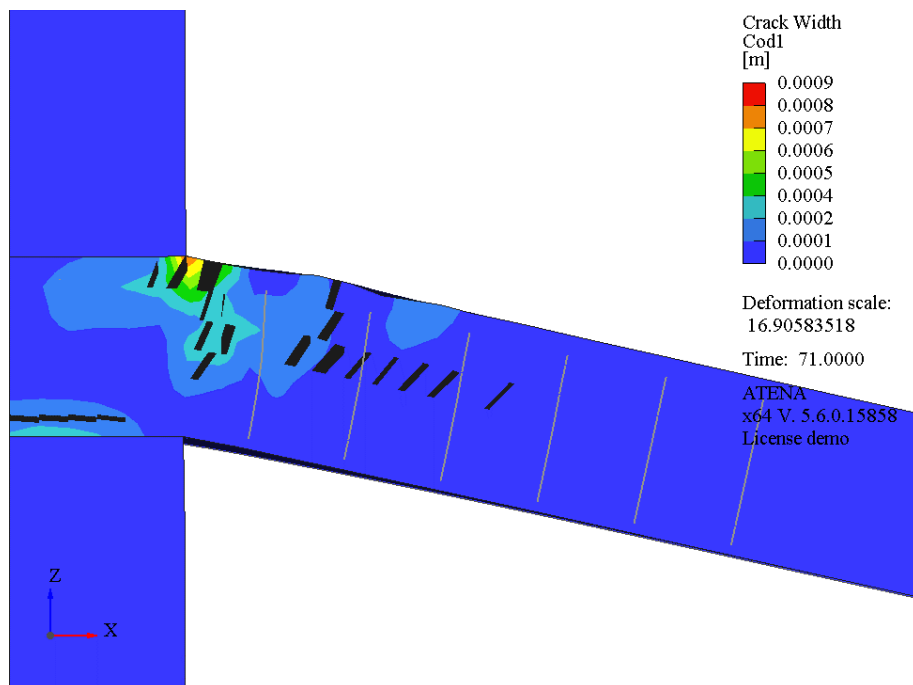


b) 50% da carga última

Figura 4.15 – Fissuração na laje LC02 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

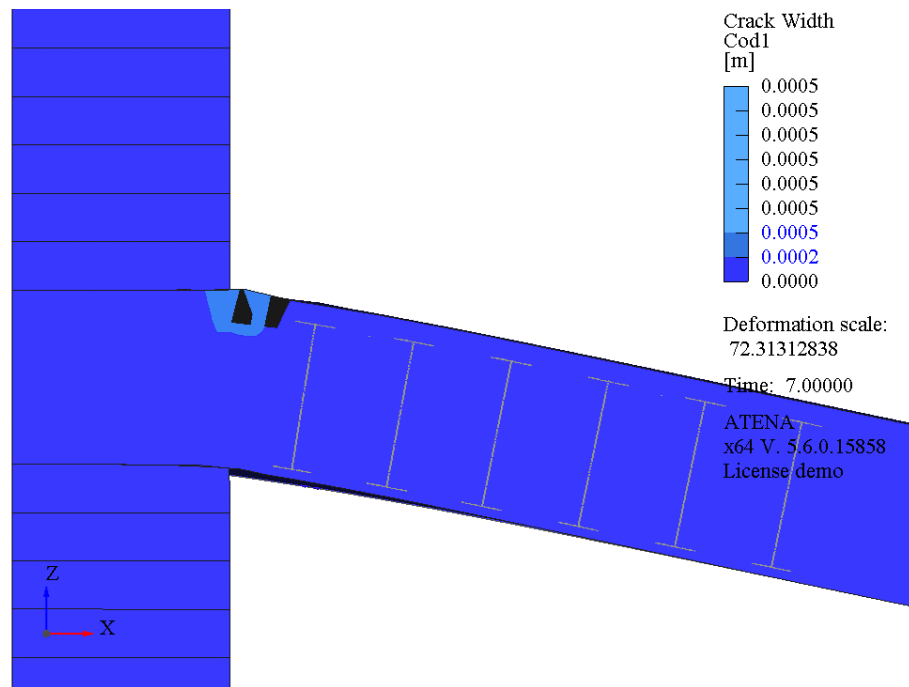


a) 70% da carga última

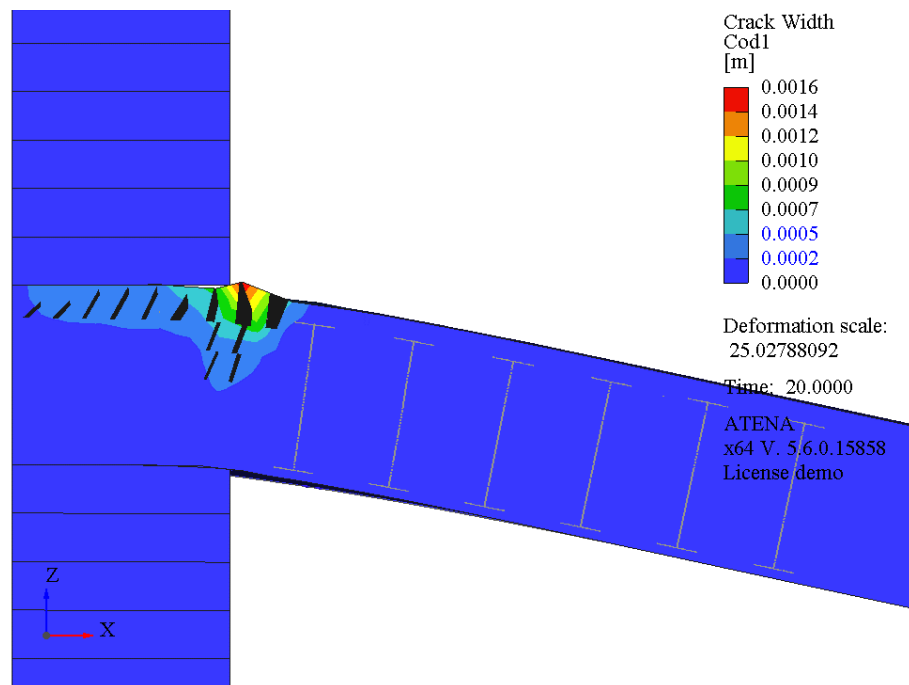


b) 100% da carga última

Figura 4.16 - Fissuração na laje LC03 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

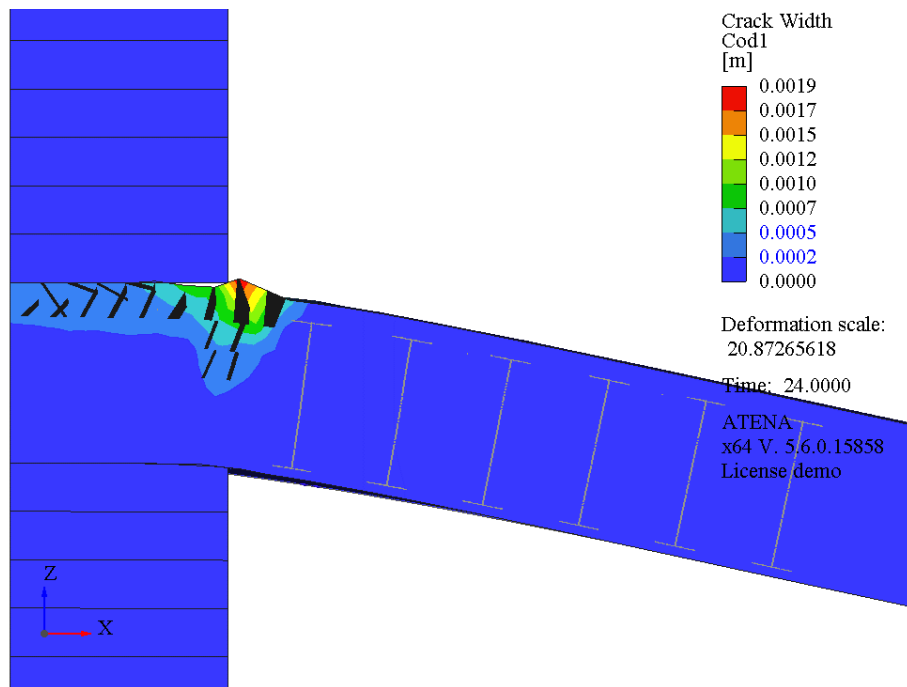


a) 30% da carga última

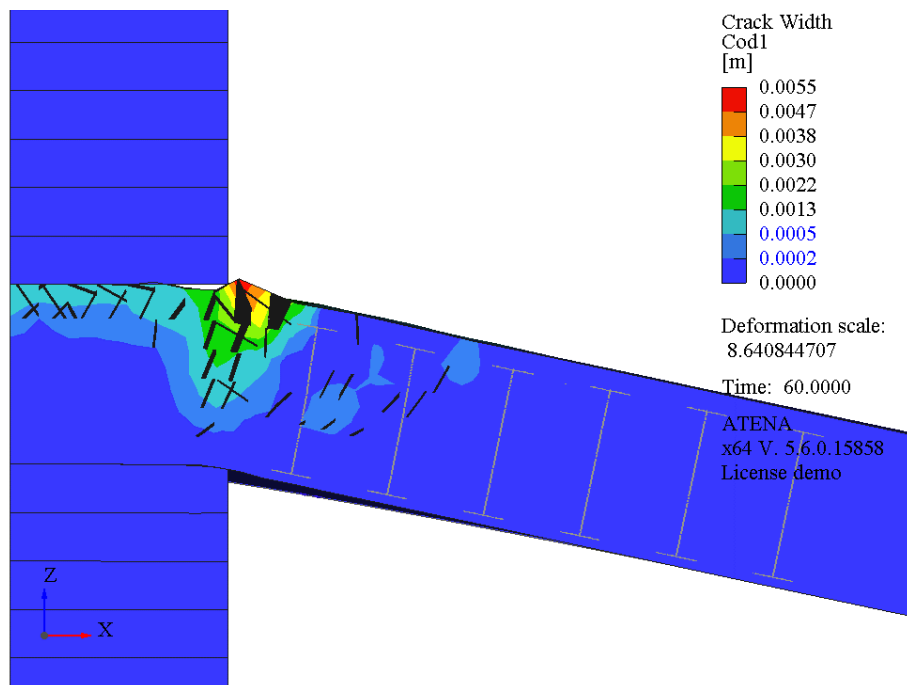


b) 50% da carga última

Figura 4.17 – Fissuração na laje LC03 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

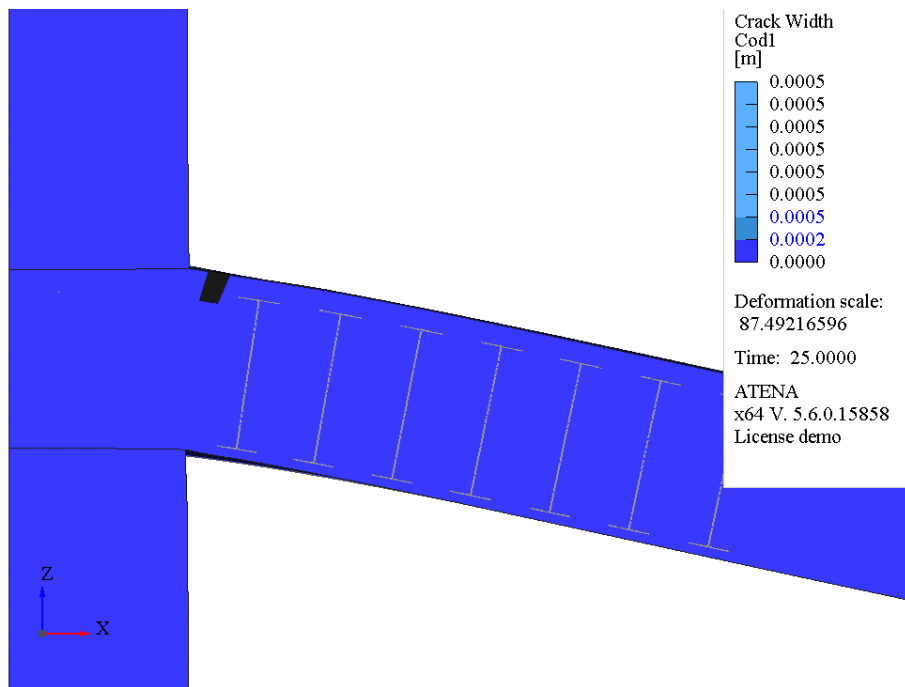


a) 70% da carga última

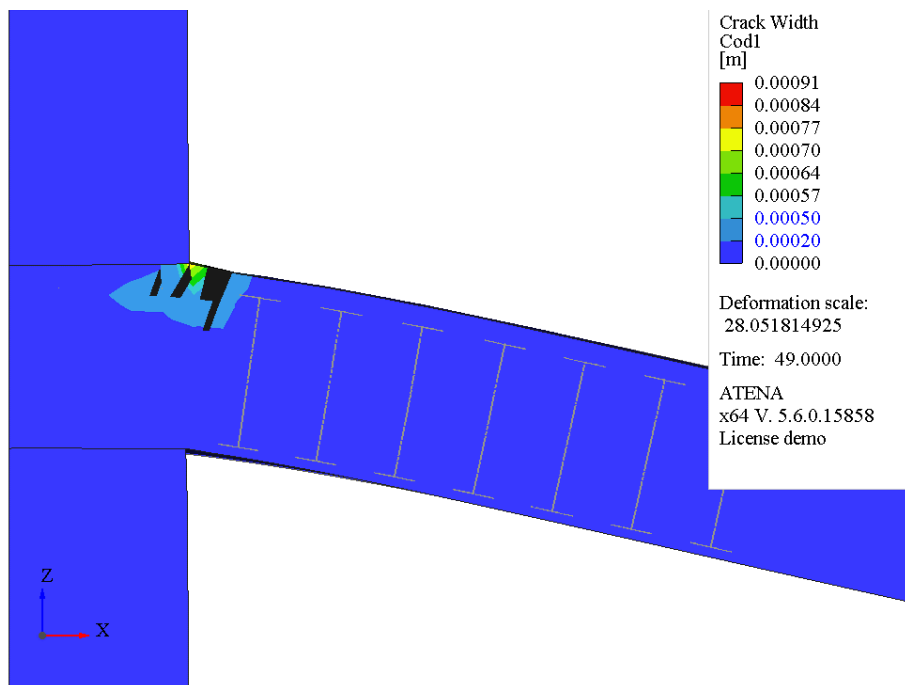


b) 100% da carga última

Figura 4.18 - Fissuração na laje LC07 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm

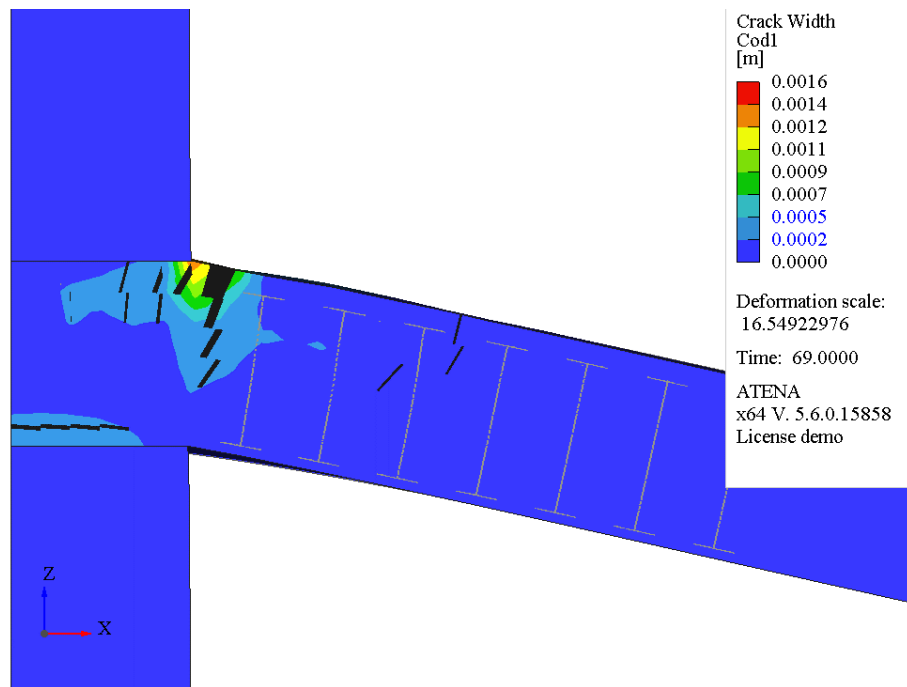


a) 30% da carga última

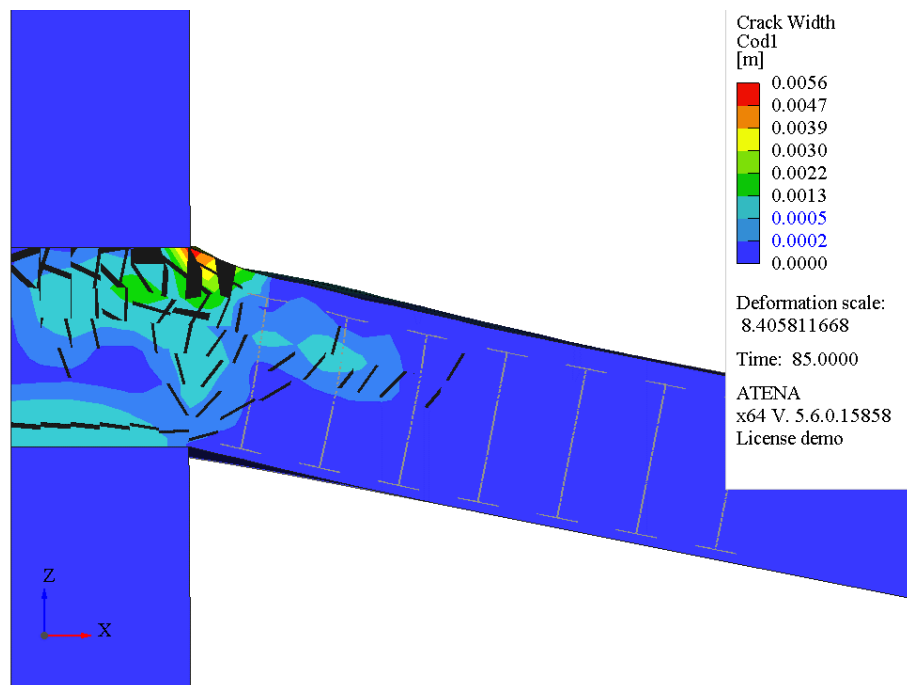


b) 50% da carga última

Figura 4.19 – Fissuração na laje LC07 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

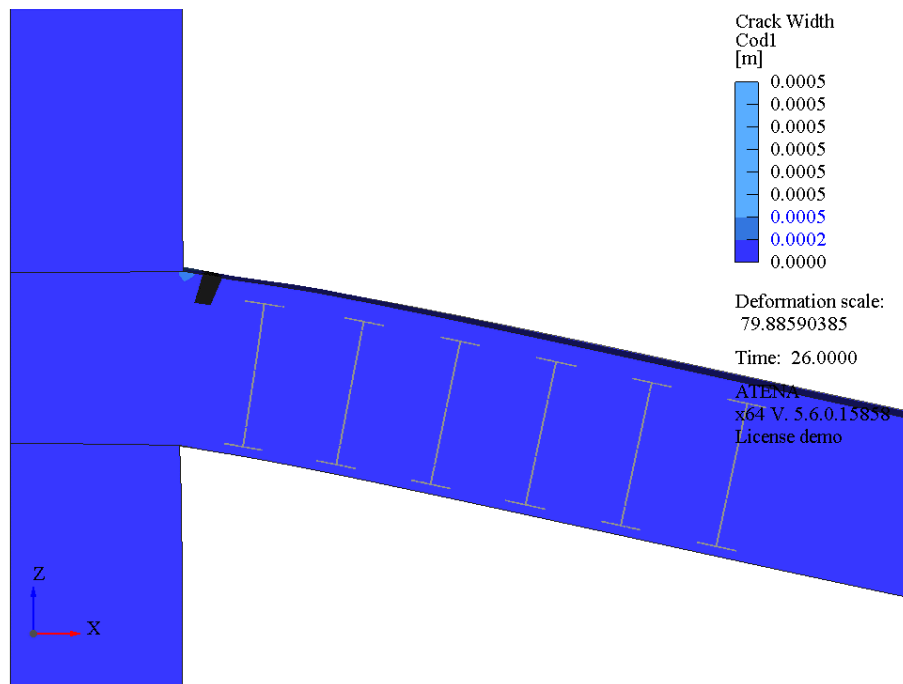


a) 70% da carga última

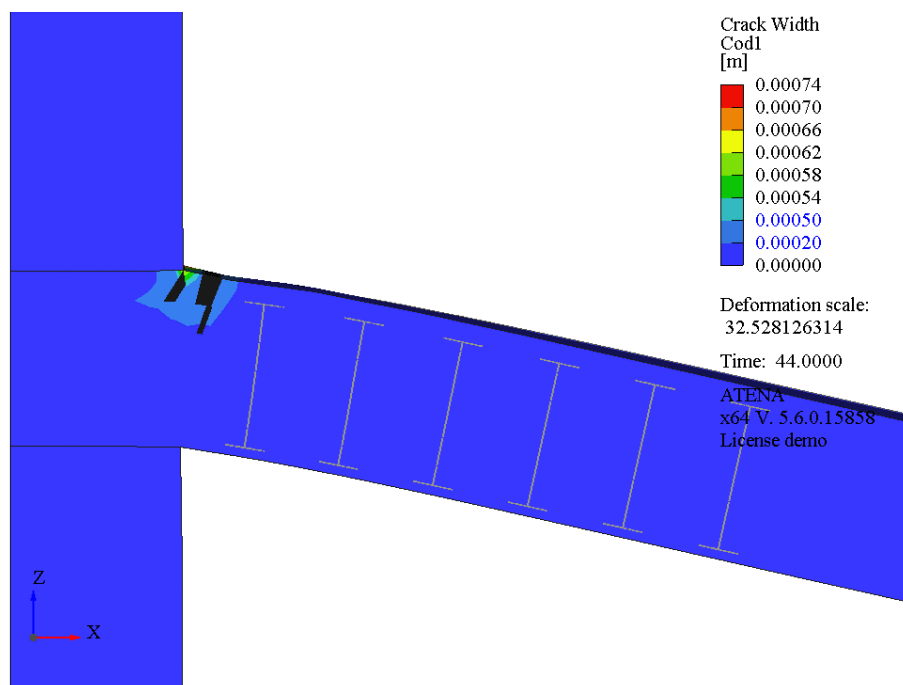


b) 100% da carga última

Figura 4.20 - Fissuração na laje LC08 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm

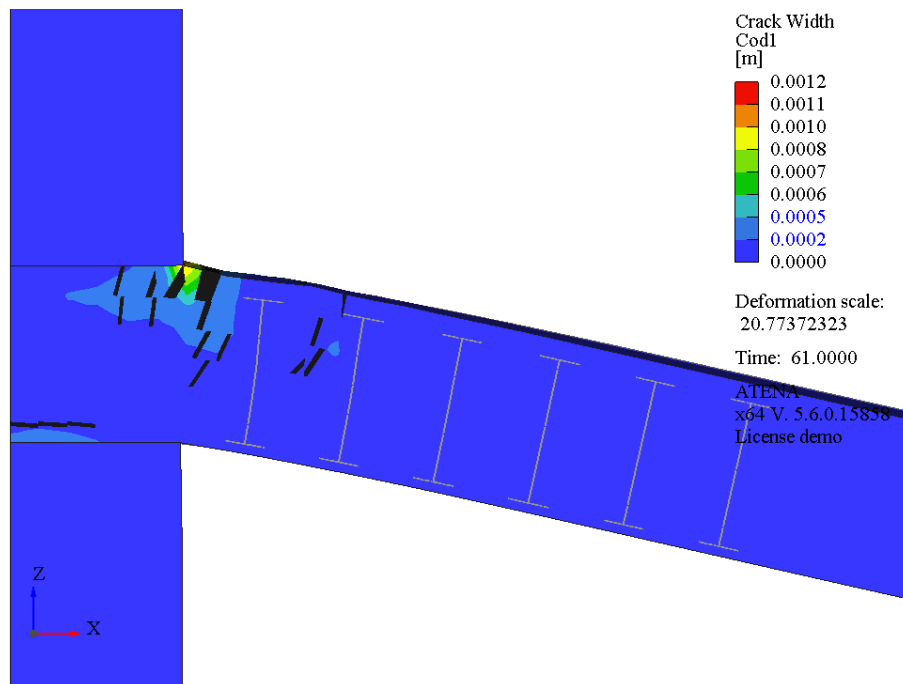


a) 30% da carga última

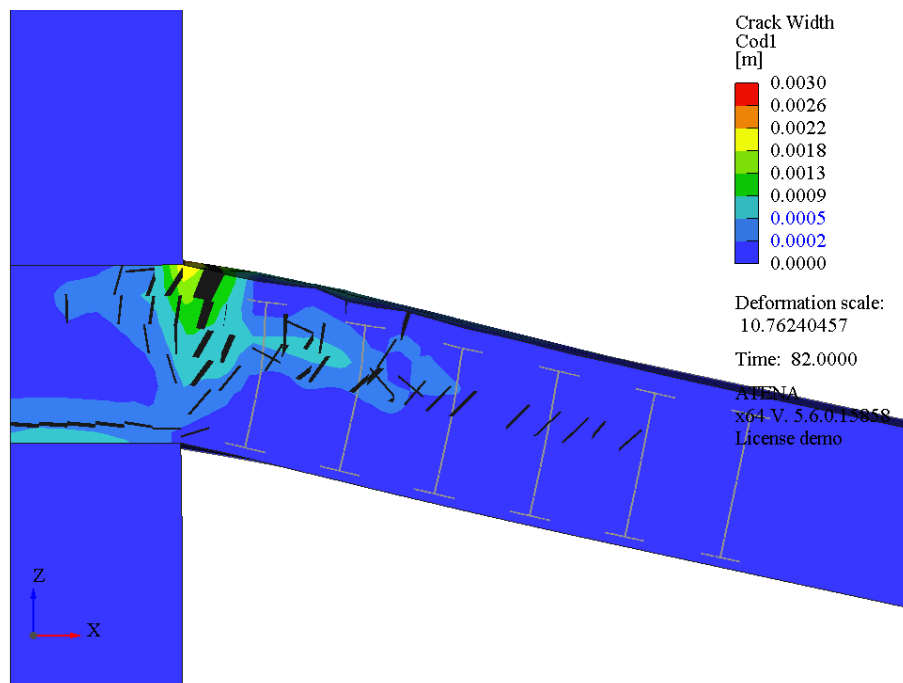


b) 50% da carga última

Figura 4.21 – Fissuração na laje LC08 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

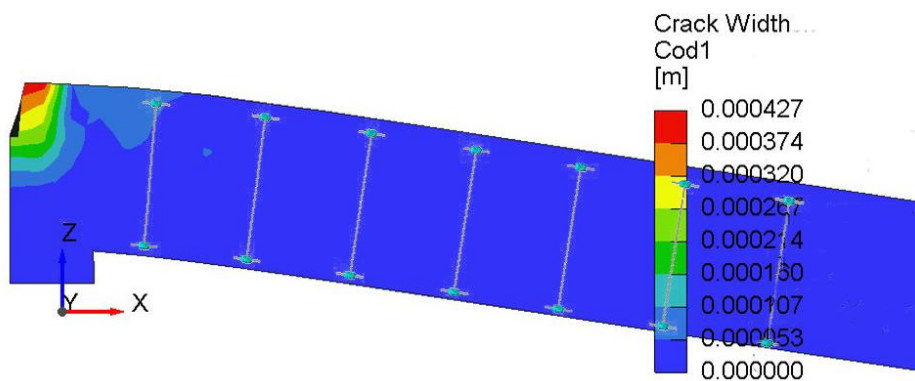


a) 70% da carga última

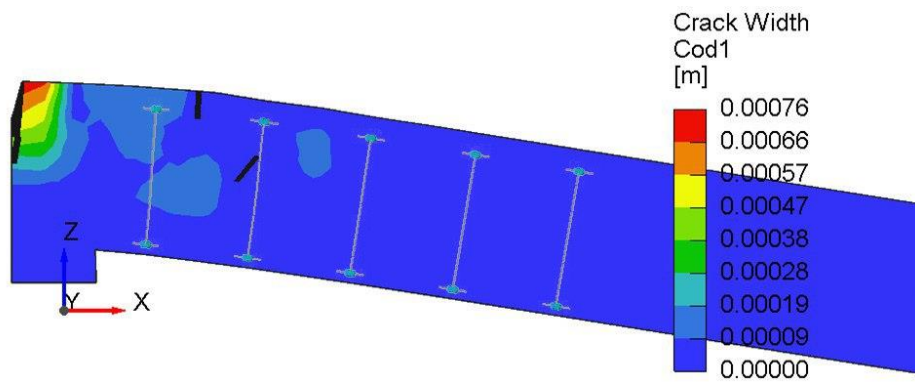


b) 100% da carga última

Figura 4.22 - Fissuração na laje PL7 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm

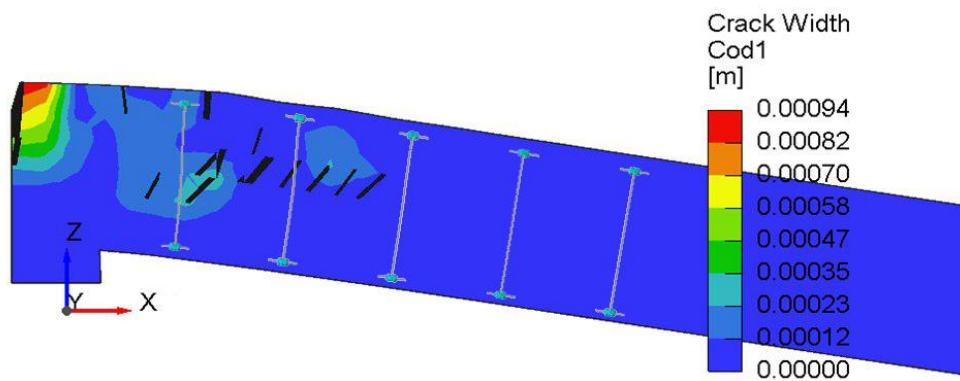


a) 30% da carga última

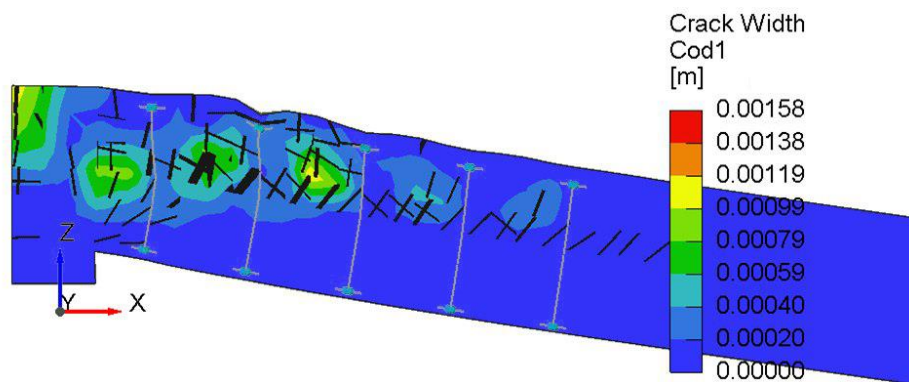


b) 50% da carga última

Figura 4.23 – Fissuração na laje PL7 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

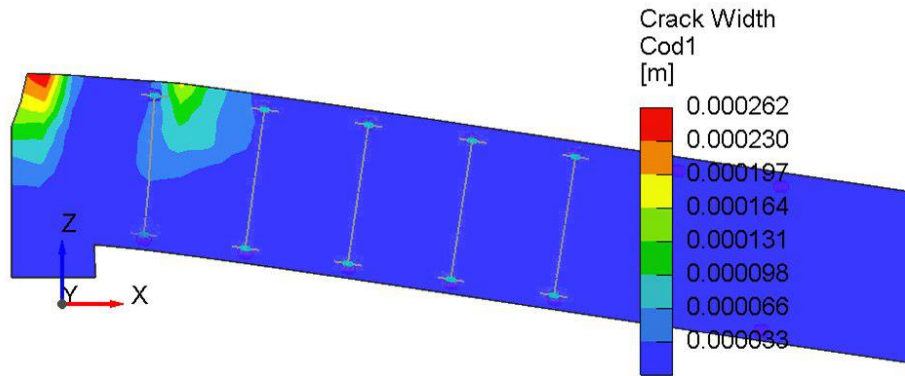


a) 70% da carga última

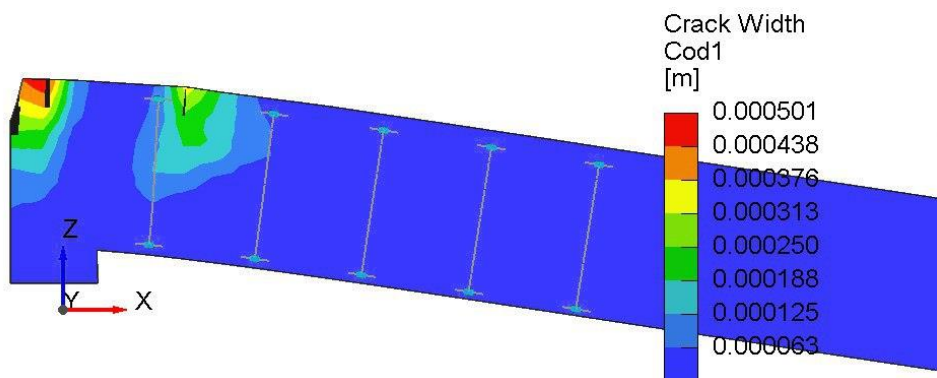


b) 100% da carga última

Figura 4.24 - Fissuração na laje PL11 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm

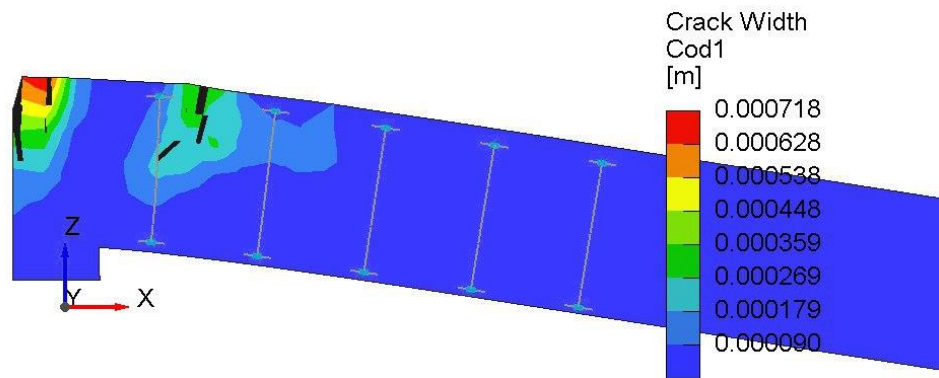


a) 30% da carga última

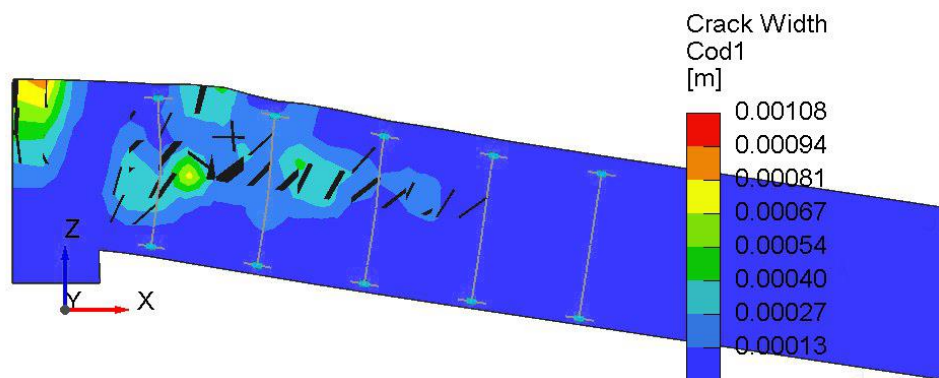


b) 50% da carga última

Figura 4.25 – Fissuração na laje PL11 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.

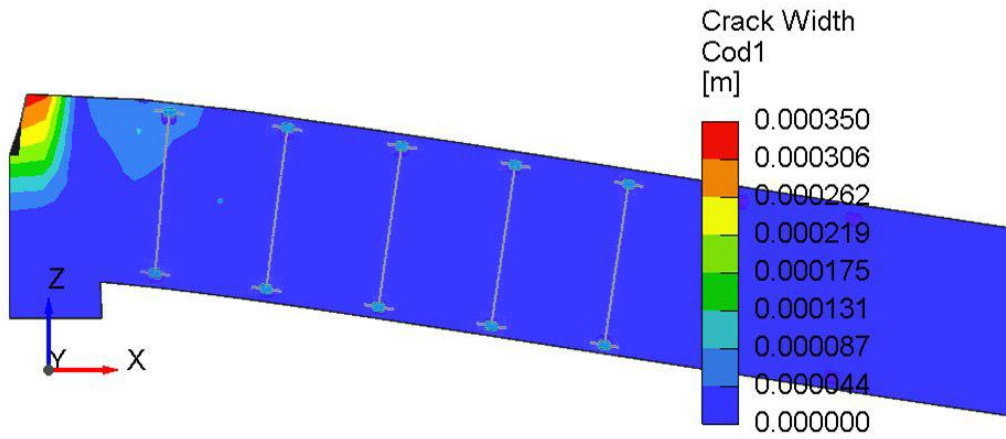


c) 70% da carga última

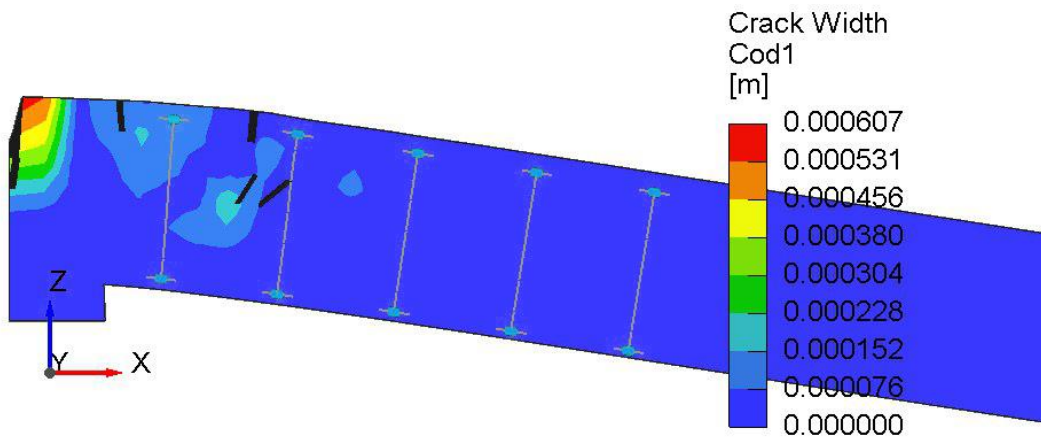


d) 100% da carga última

Figura 4.26 - Fissuração na laje PL12 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm

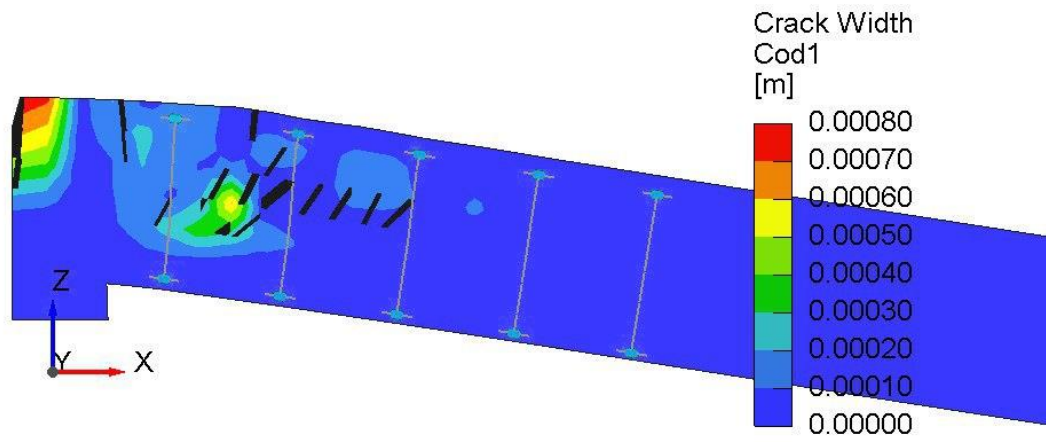


a) 30% da carga última

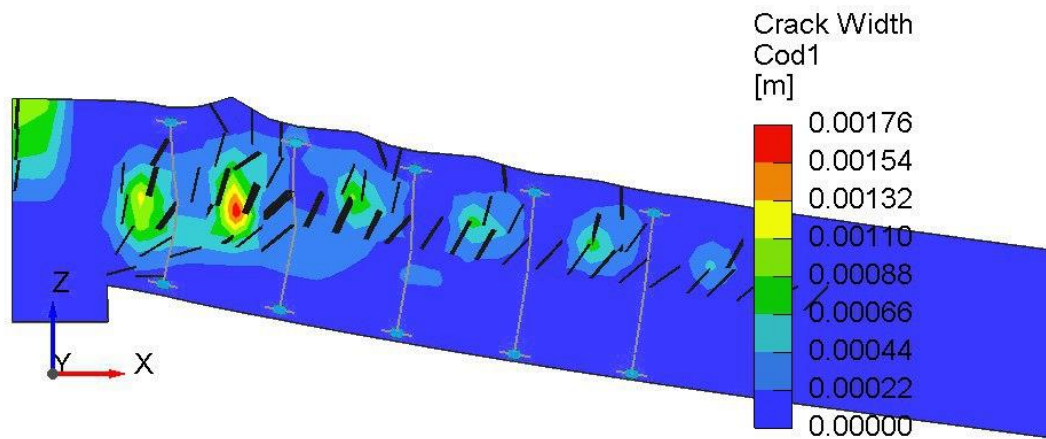


a) 50% da carga última

Figura 4.27 – Fissuração na laje PL12 em diferentes níveis de carregamento. Vista em corte, filtro de fissuras em 0.2 mm, *crack width Cod1*.



a) 70% da carga última



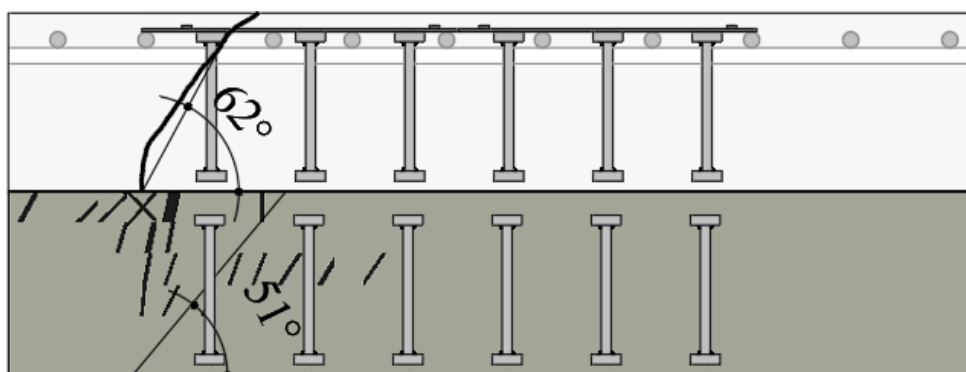
a) 100% da carga última

As Figuras 4.28 a 4.30 mostram a fissuração das lajes na ruptura, indicando uma inclinação aproximada para a fissura crítica, para os modelos computacionais e experimentais. De modo geral, houve boa correlação entre os modelos computacionais e experimentais, sendo que é importante levar em conta que, nos ensaios de laboratório, há um grau maior de imprecisão na hora de definir a superfície de ruptura.

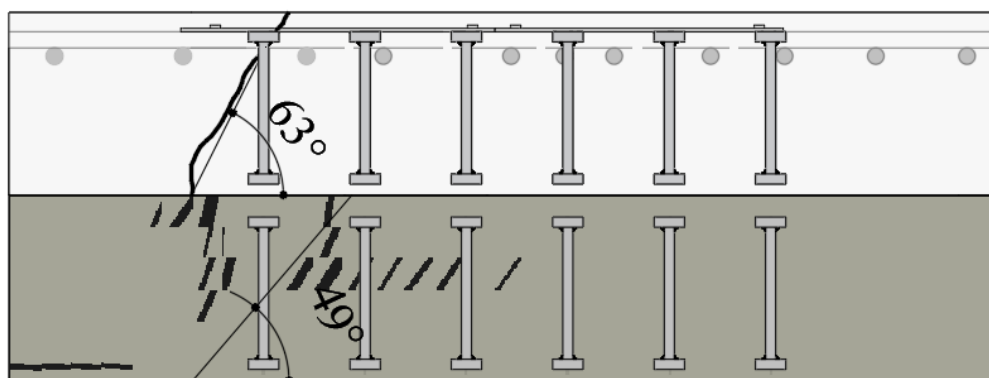
Analisando as lajes LC01, LC02 e LC03, representadas nas Figuras 4.28a, 4.28b e 4.39a, respectivamente, percebe-se diminuição na inclinação da fissura crítica com o aumento do tamanho do pilar.

As Figuras 4.30a, 4.30b e 4.30c mostram a superfície de ruptura das lajes PL11, PL12 e PL7, com taxa de armadura de cisalhamento crescente de 0,23%, 0,47% e 0,93%. Nesse caso, observa-se uma tendência de a inclinação da fissura crítica aumentar com o aumento da taxa de armadura.

Figura 4.28 – Fissuração na ruptura das lajes. Experimental em cinza claro e computacional em cinza escuro

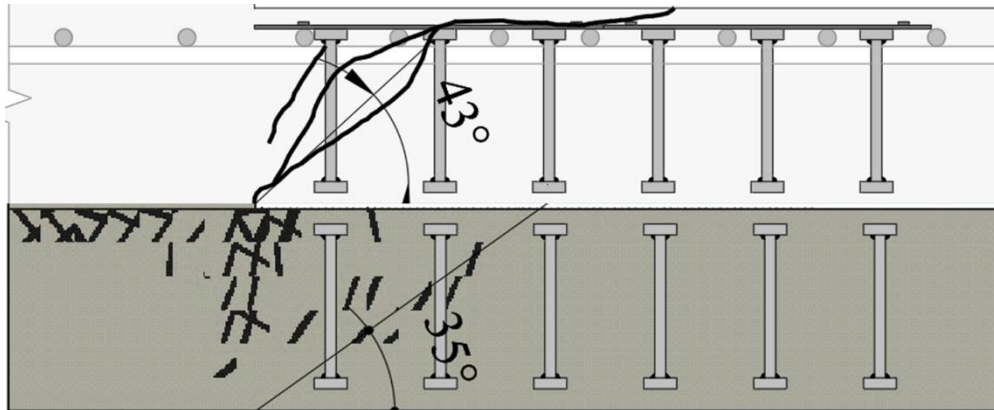


a) Laje LC01

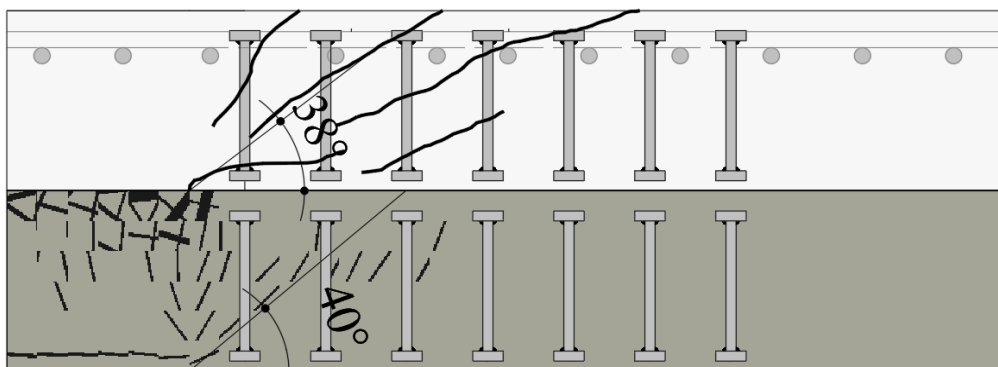


b) Laje LC02

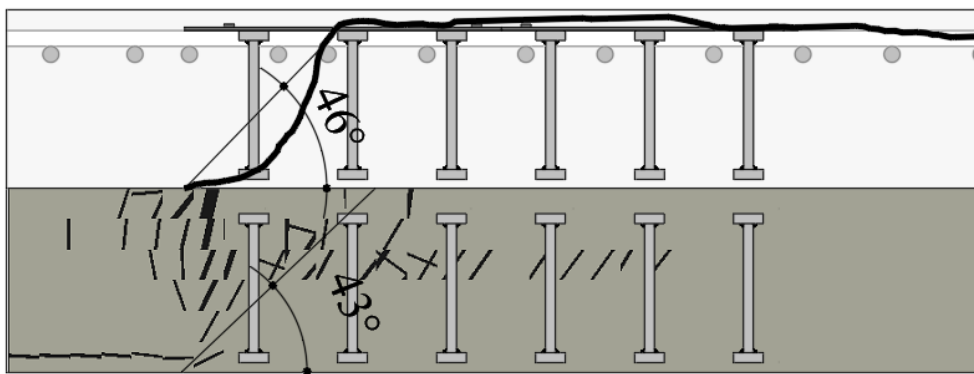
Figura 4.29 – Fissuração na ruptura das lajes. Experimental em cinza claro e computacional em cinza escuro



a) Laje LC03

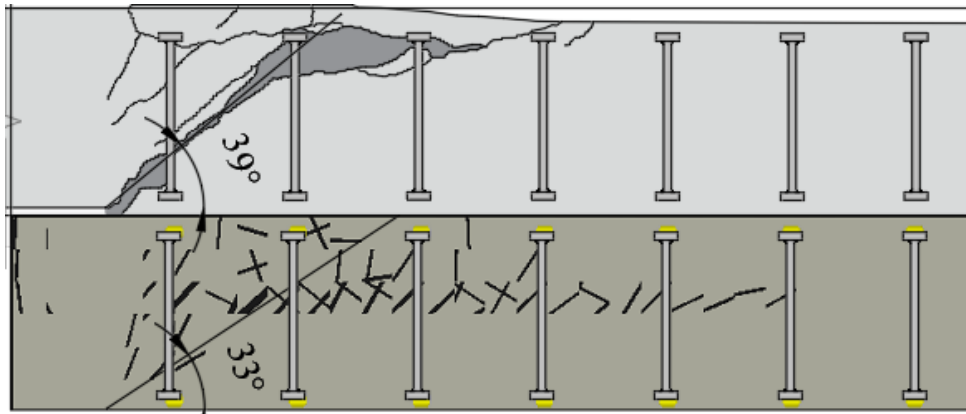


b) Laje LC07

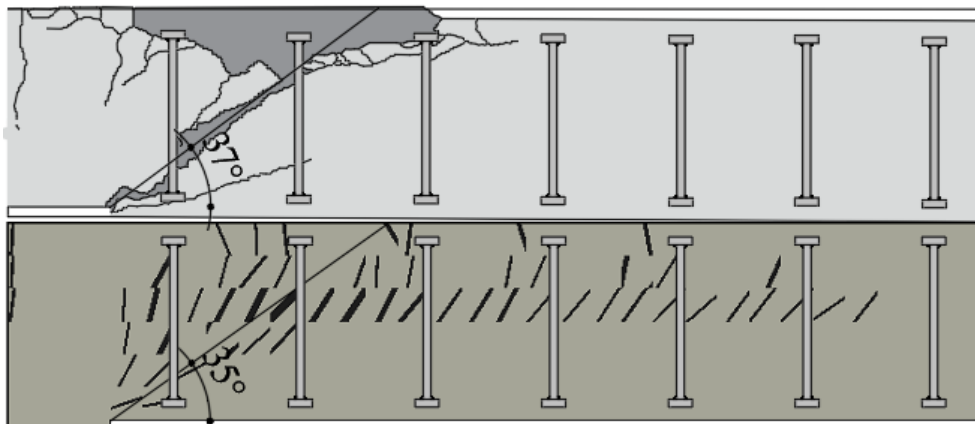


c) Laje LC08

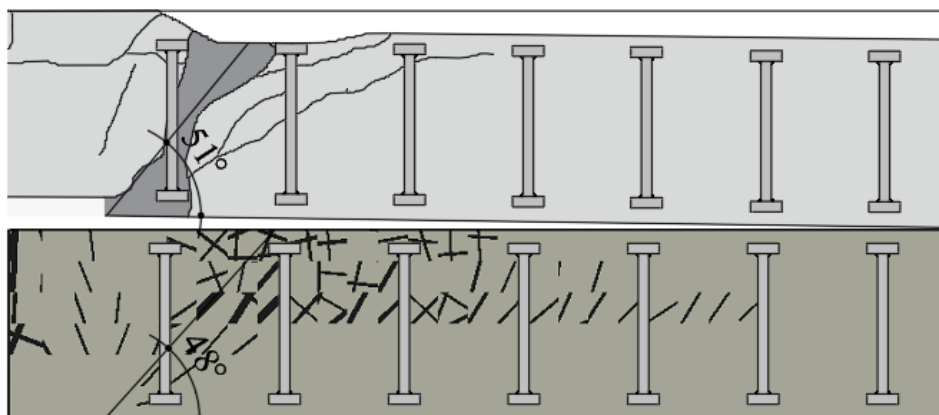
Figura 4.30 – Fissuração na ruptura das lajes. Experimental em cinza claro e computacional em cinza escuro



a) Laje PL11



b) Laje PL12



c) Laje PL7

4.2.1. TENSÃO AO LONGO DOS PINOS DA ARMADURA DE PUNÇÃO

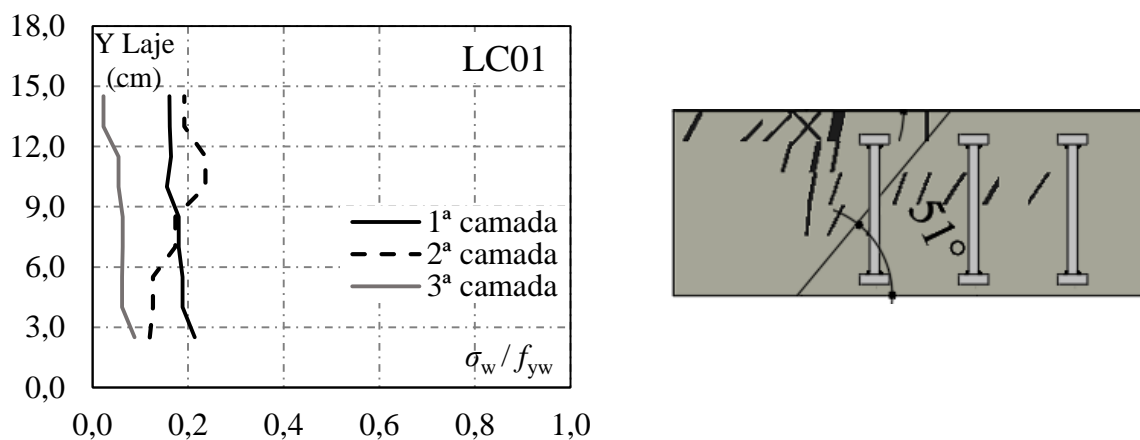
As Figuras 4.31 a 4.34 apresenta a razão entre a tensão desenvolvida ao longo do comprimento dos pinos da armadura de punção relacionada a fissuração da laje. Analisando as imagens é possível notar a tendência de a tensão ser máxima nos pontos onde a armadura é cortada por fissuras relevantes, seja ela a fissura crítica de punção ou não.

De modo geral observa-se que as primeiras camadas de armadura dos modelos tendem a não ter grandes picos de tensão ao longo de sua altura, possivelmente devido à grande quantidade de fissuras formadas nas proximidades desta camada, ainda assim é possível notar a formação de picos discretos na região cortada pela fissura crítica.

Na segunda camada já é possível observar a que a as tensões máximas se encontram próximas dos pontos com as maiores fissuras. O mesmo é válido para a terceira camada, neste caso é importante observar que em geral é a camada menos solicitada, devido seu distanciamento do alcance da superfície de ruptura, porém, nas lajes da série PL de LIPS (2012) esta camada desenvolve grandes tensões devido a uma fissura secundária que se forma fora da região do cone de punção.

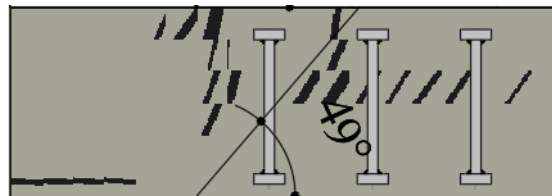
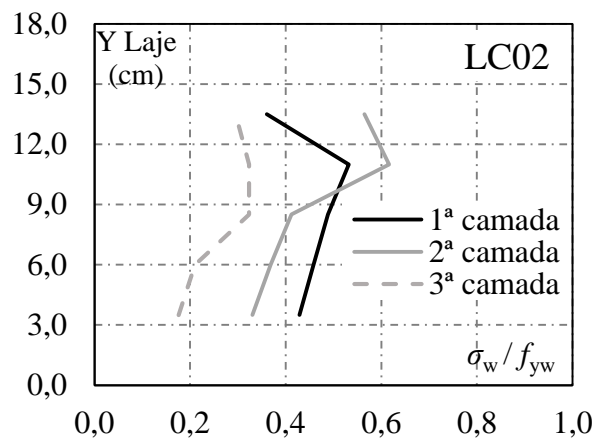
Comparando as lajes LC01, LC02 e LC03 que tem o tamanho do pilar como variável, percebe-se que quanto maior o tamanho há tendência a uma concentração de tensões na primeira camada de armadura.

Figura 4.31 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura

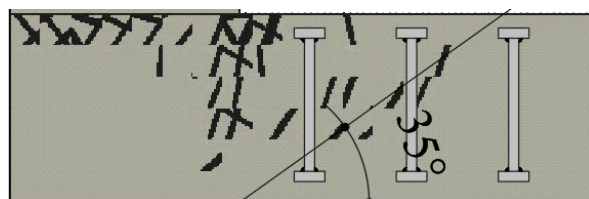
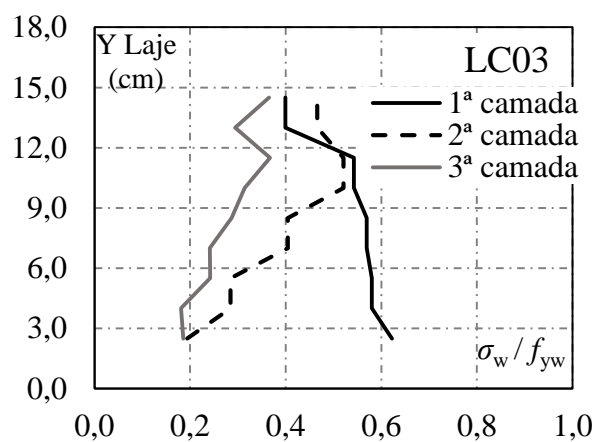


a) Laje LC01

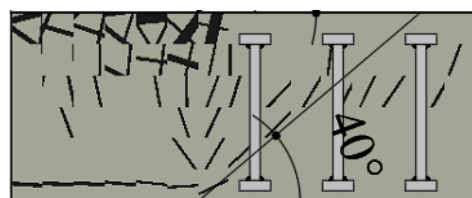
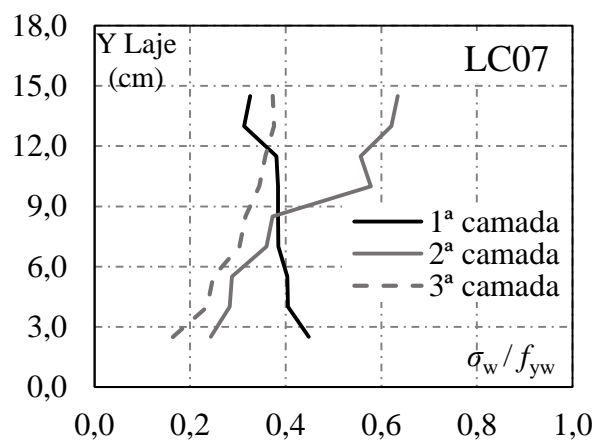
Figura 4.32 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura



b) Laje LC02

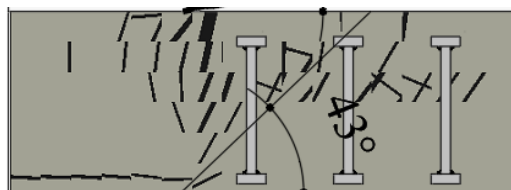
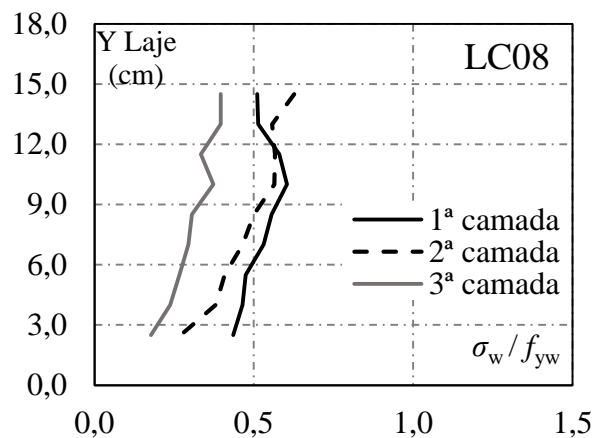


c) Laje LC03

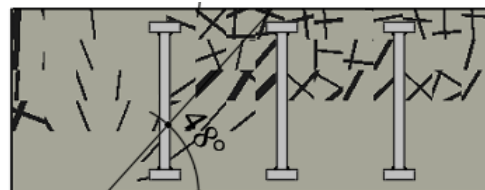
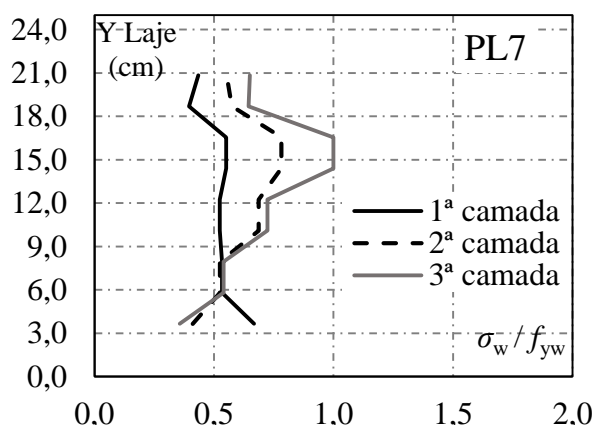


d) Laje LC07

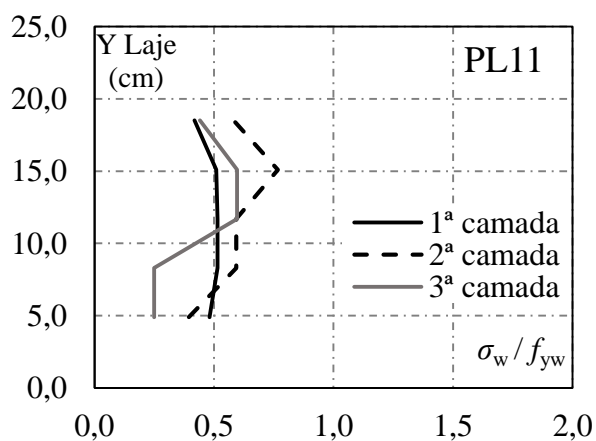
Figura 4.33 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura



LC08

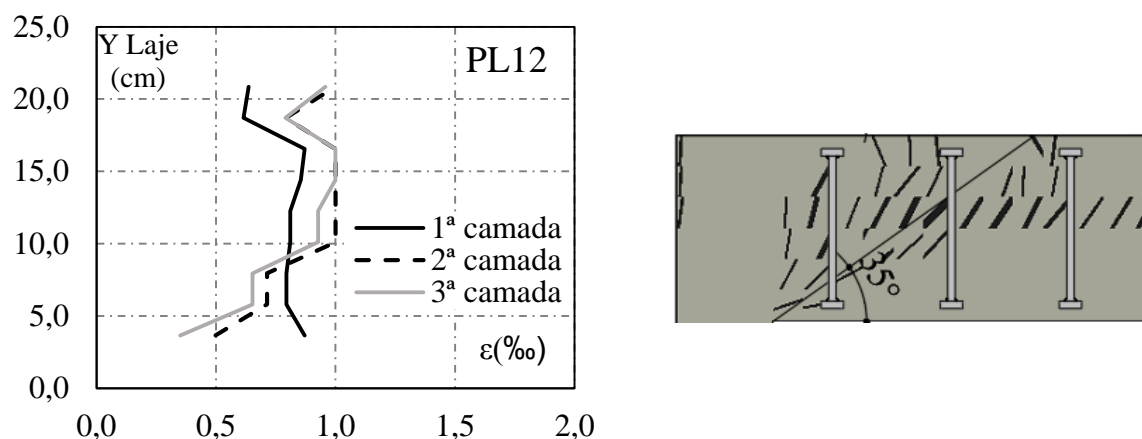


PL7



PL11

Figura 4.34 – Razão entre a tensão máxima atingida e a tensão de escoamento ao longo do comprimento da armadura de cisalhamento relacionada à superfície de ruptura

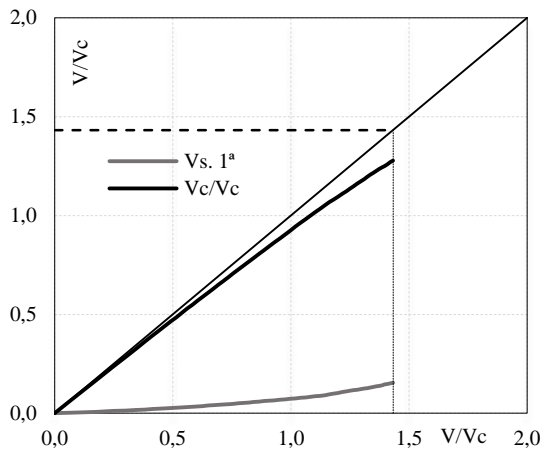


PL12

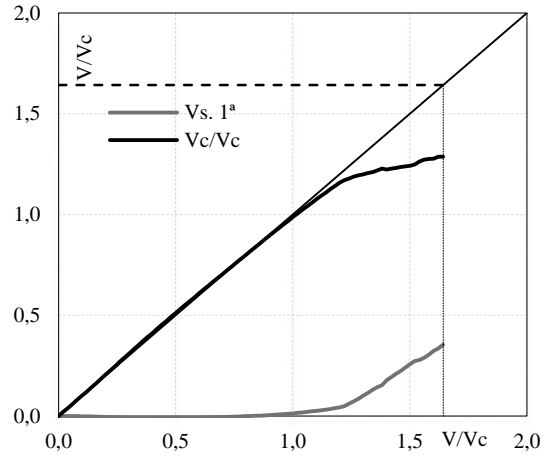
As Figuras 4.35 e 4.36 apresentam a razão entre $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento $V_w/V_{c,NBR}$ para cada laje. Os eixos foram normalizados em função do V_c calculado com base na NBR 6118 (2018), que foi demonstrada uma boa estimativa por PEREIRA FILHO (2016).

Os gráficos foram construídos com base nas tensões desenvolvidas nos pontos de pico observados nas Figuras 4.31 a 4.34, e o número de camadas solicitadas foi definido de acordo com as superfícies de ruptura definidas nas Figuras 4.28 a 4.30. A parcela de contribuição do aço foi calculada multiplicando a tensão média pela área de aço de cada camada. A parcela de contribuição do concreto foi calculada subtraindo a parcela do aço da resistência final de cada laje.

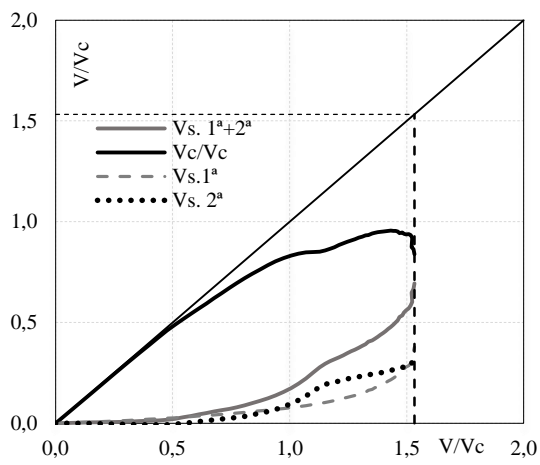
Figura 4.35 – Razão $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ em função do carregamento $V_u/V_{c,NBR}$.
Computacional (esquerda) e experimental (direita).



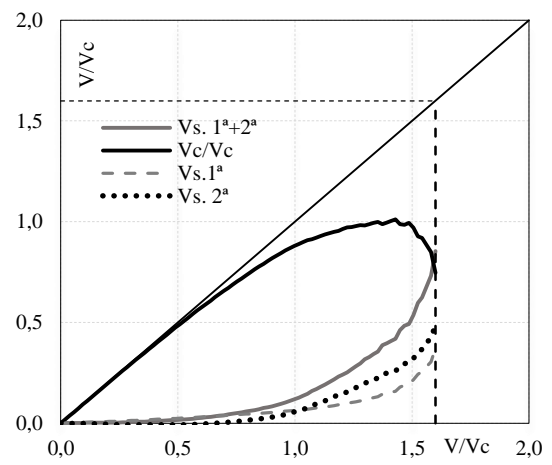
a) LC01



b) LC02

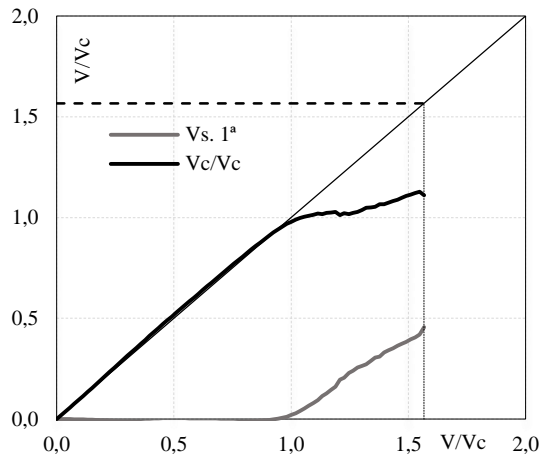


c) LC03

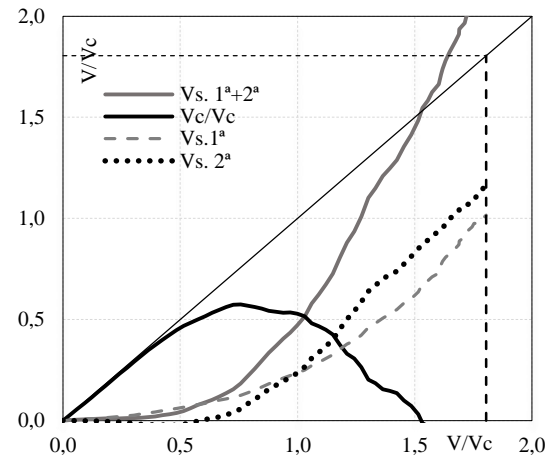


d) LC07

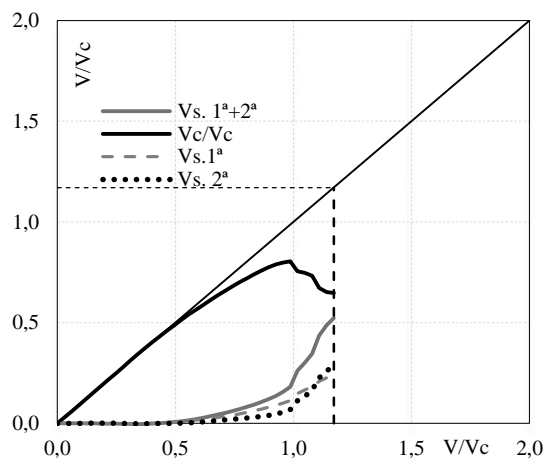
Figura 4.36 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento $V_w/V_{c,NBR}$.
Computacional (esquerda) e experimental (direita).



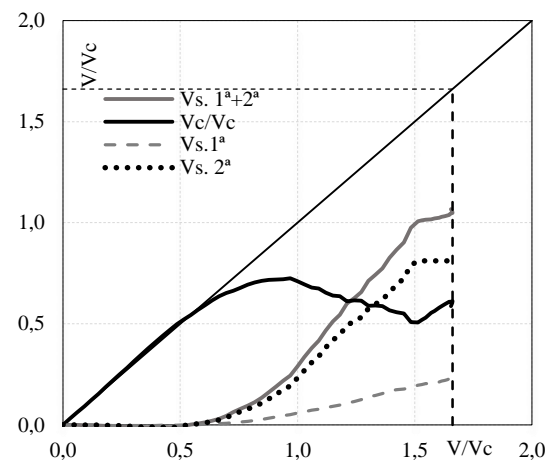
a) LC08



b) PL7



c) PL11



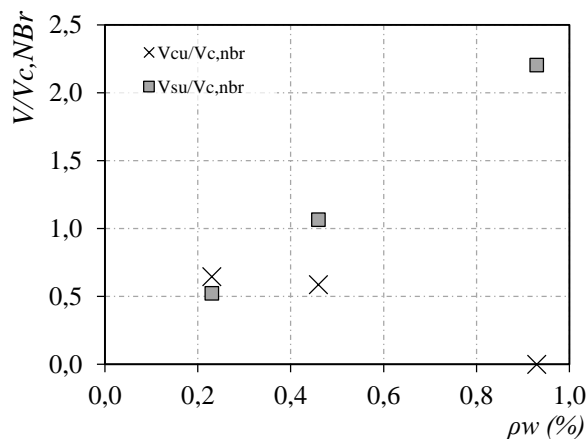
d) PL12

Com base nos resultados apresentados nas Figuras 4.35 e 4.36 foram construídos os gráficos da Figura 4.37, a fim de avaliar a variação das parcelas de contribuição finais do concreto (V_{cu}) e do aço (V_{su}) em função da taxa de armadura e inclinação da superfície de ruptura.

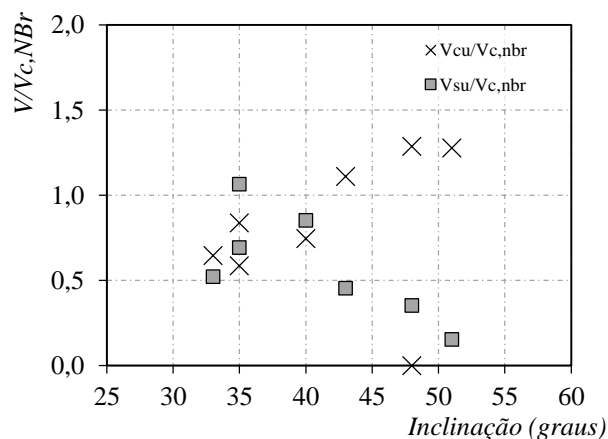
Em relação a taxa de armadura foram comparadas as lajes PL7, PL11 e PL12 apresentada na Figura 4.39a. Observa-se uma tendência de o $V_{su}/V_{c,NBR}$ aumentar com o aumento da taxa de armadura, enquanto o $V_{cu}/V_{c,NBR}$ decai. O V_{cu} da laje PL12 chega muito próximo de zero enquanto o V_{cu} da PL11 tenderia a ser menor que zero levando em conta a metodologia de cálculo usada, pois como pode se observar na Figura 4.36d o V_{su} calculado supera a resistência final da laje.

Figura 4.37b apresenta as razões $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ em função da inclinação da fissura crítica para todas as oito lajes modeladas. A tendência observada é de crescimento da parcela de contribuição do concreto com o aumento da inclinação da fissura. Destacam-se os pontos correspondentes às lajes PL7 e PL12, ambos com V_{cu} próximo ou igual a zero, estes dois modelos se diferenciam dos demais por apresentar altas taxas de armadura de cisalhamento, sendo 0,93 a PL7 e 0,46 a PL12.

Figura 4.37 - $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ em função da taxa de armadura e inclinação da fissura crítica



a) $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ - ρ_w



b) $V_{cu}/V_{c,NBR}$ e $V_{su}/V_{c,NBR}$ - inclinação

4.2.2. COMPARAÇÕES COM NORMAS VIGENTES

Foram comparadas as respostas experimentais, computacionais e a estimativa de quatro normas vigentes para a resistência a punção das lajes, tensão na armadura de cisalhamento e a contribuição individual do concreto e aço na resistência final. Tanto nas modelagens quanto para as estimativas das normas foram usados valores médios das propriedades dos materiais.

As Figuras 4.38 e 4.39 apresentam em seu eixo vertical a razão entre a carga última experimental e a previsão da norma indicada, e em seu eixo horizontal a razão entre a parcela de contribuição do aço e do concreto.

Como foi observado por PEREIRA FILHO (2016) a tendência do ACI (2014) e do Model Code (2013) é apresentar resultados a favor da segurança para valores de $V_{Rs.teo}/V_{Rc.teo}$ de até aproximadamente 1,5, sendo as vezes bastante conservadores. O EC2 (2014) e a NBR (2018), embora tenham previsões mais próximas do real, tendem a ser menos seguros a partir de valores de $V_{Rs.teo}/V_{Rc.teo}$ a partir de 1.

A Figura 4.39c, apresenta a razão entre a carga de ruptura do modelo experimental e a resposta computacional. A tendência dos resultados se aproxima da carga de ruptura real, porém contra a segurança em alguns casos. Uma diferença importante que se nota em relação à resposta computacional é que não há grandes variações de precisão dependendo da relação $V_{Rs.teo}/V_{Rc.teo}$, tanto para lajes com menor ou maior contribuição das armaduras carga última se mantém com precisão razoável, com erro máximo de 16% e mínimo de 3%.

Figura 4.38 – Comparação entre a carga de ruptura prevista por normas, a carga medida experimentalmente e a carga medida computacionalmente.

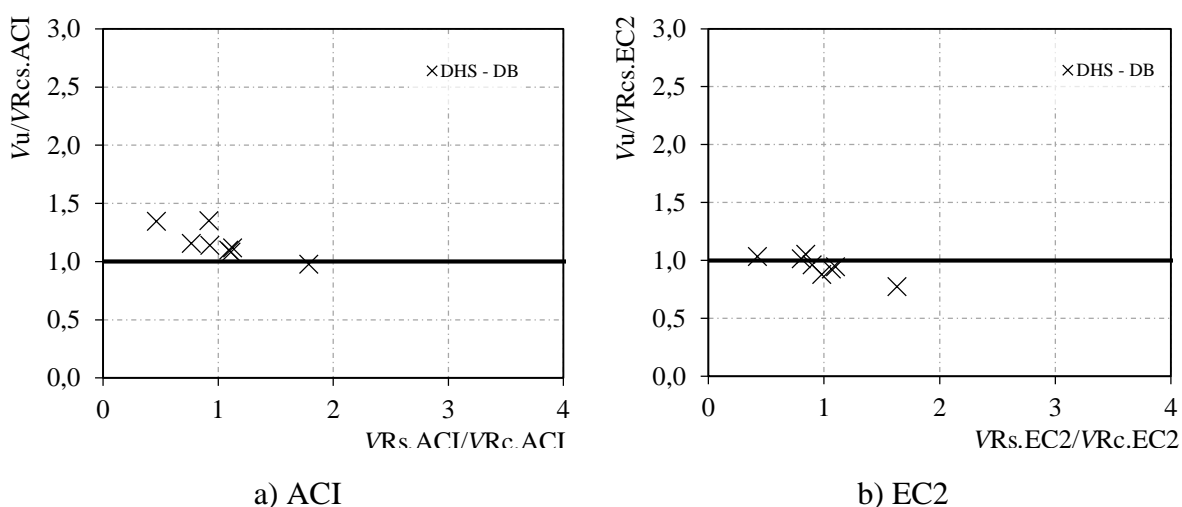
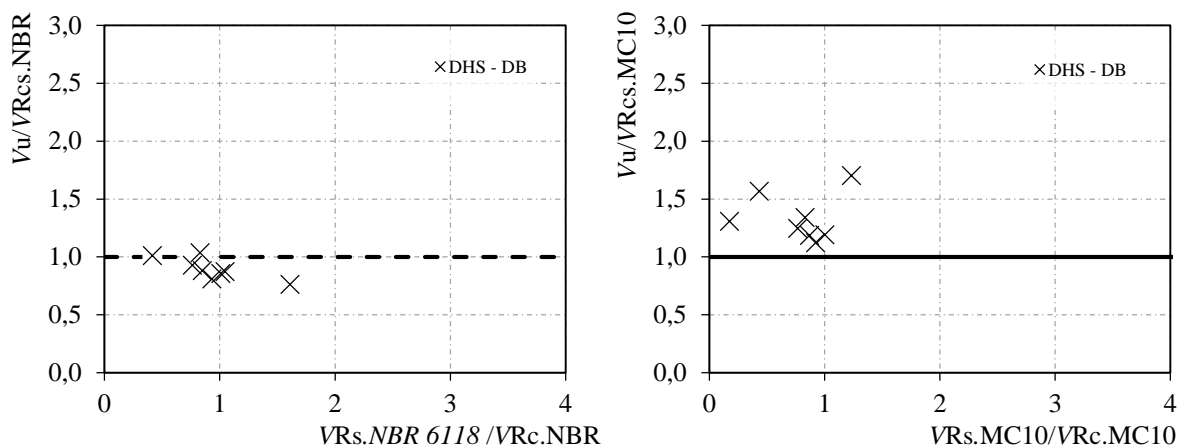
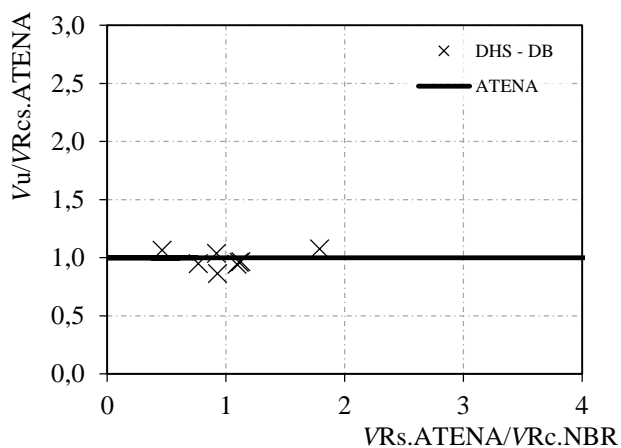


Figura 4.39 – Comparação entre a carga de ruptura prevista por normas, a carga medida experimentalmente e a carga medida computacionalmente.



a) NBR 6118

b) MC10



c) ATENA

As Figuras 4.40 e 4.41 apresentam as tensões desenvolvidas pela armadura de cisalhamento na resistência final das lajes. Para os modelos experimentais são apresentadas as tensões nos pontos medido no ensaio, para os modelos computacionais são apresentadas as tensões máximas identificadas nas Figuras 4.31 a 4.34, por fim são adicionadas as estimativas de três normas para a tensão na armadura.

O ACI 318 (2014) define a tensão máxima desenvolvida pela armadura como o valor fixo de 420 MPa, enquanto a NBR 6118 (2014) o faz em função da espessura da laje e o Eurocode 2 (2014) em função da sua altura útil. O número de armaduras solicitadas foi definido de acordo com as recomendações das normas sobre perímetro de controle.

Para as lajes da série LC, de menor espessura, o ACI 318 (2014) apresenta sempre a maior estimativa de tensão efetiva da armadura, e em quase todos os casos considera apenas uma camada sendo solicitada, sendo a exceção a LC07 onde são consideradas duas camadas devido ao menor espaçamento entre elas. Já para a série PL a tensão calculada pelo ACI 318 (2014) se assemelha à calculada pela NBR 6118 (2018) e se aproxima do Eurocode 2 (2014) por se tratar de lajes de maior espessura e altura útil. Para quase todos os casos das duas séries a NBR 6118 (2018) e o Eurocode 2 (2014) assumem duas camadas de armadura sendo solicitadas, com exceção sendo a LC07 onde são três camadas.

Figura 4.40 – Previsões de normas para tensão máxima desenvolvida por camada de armadura de cisalhamento comparadas a tensão medida experimentalmente e computacionalmente

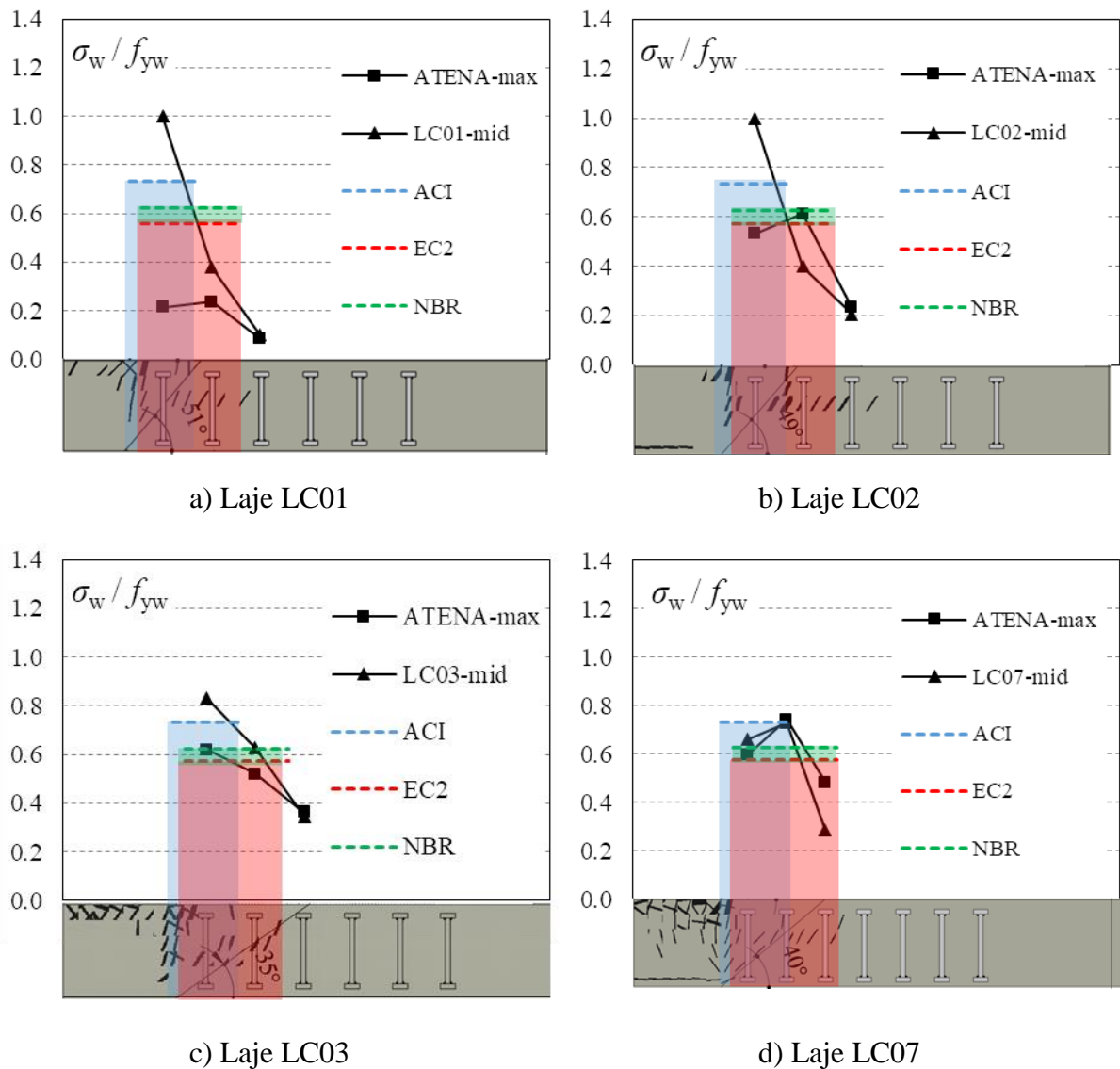
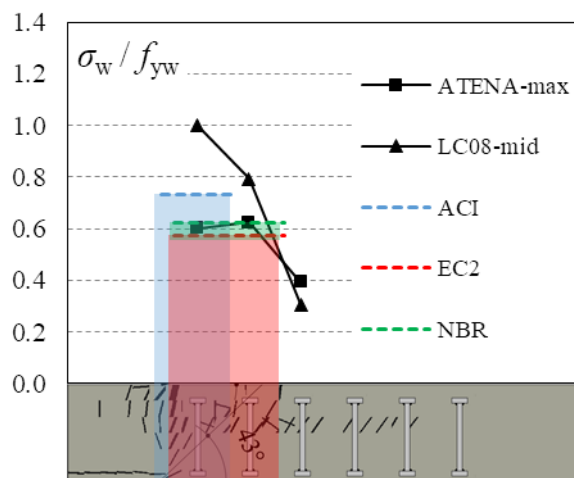
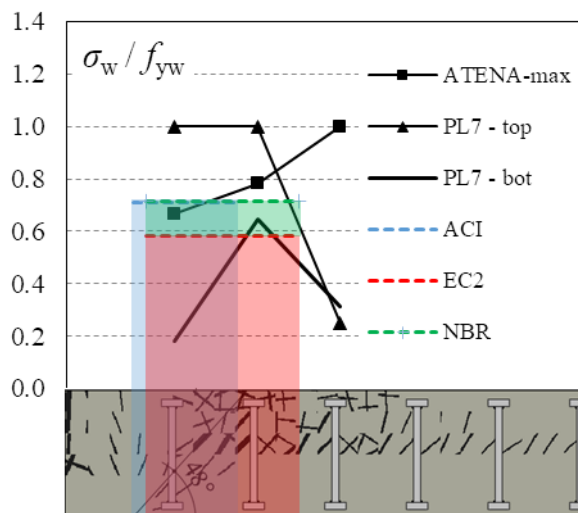


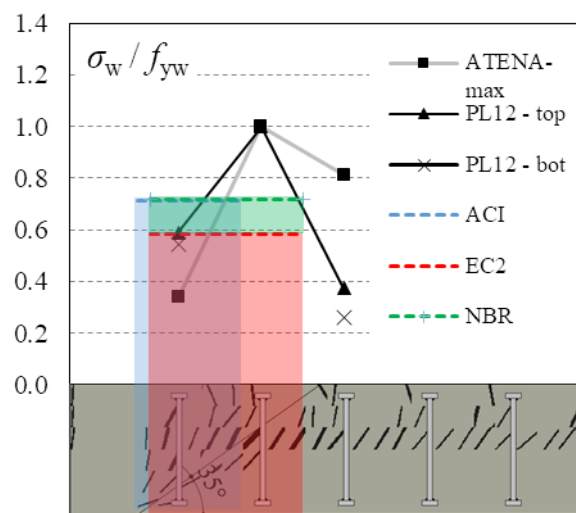
Figura 4.41 – Previsões de normas para tensão máxima desenvolvida por camada de armadura de cisalhamento comparadas a tensão medida experimentalmente e computacionalmente



e) Laje LC08



g) Laje PL7



h) Laje PL12

As Figuras 4.42 a 4.54 apresentam gráficos das parcelas resistentes de concreto (V_c) e aço (V_s) em função da carga última da laje, à esquerda são apresentados resultados computacionais e à direita os experimentais. Juntamente são apresentadas as previsões de quatro normas para as parcelas de contribuição do concreto e aço para a resistência final.

Analisando em conjunto as Figuras 4.42 a 4.54 é possível avaliar o desempenho das normas e da modelagem computacional proposta com respeito a estimativa de contribuição do concreto e aço para a resistência final das lajes. Um ponto em comum das normas analisadas é considerar a inclinação da fissura crítica como fixa, limitando assim a estimativa de camadas de armadura solicitadas, porém, como já foi observado a superfície de ruptura pode variar dependendo das características da laje.

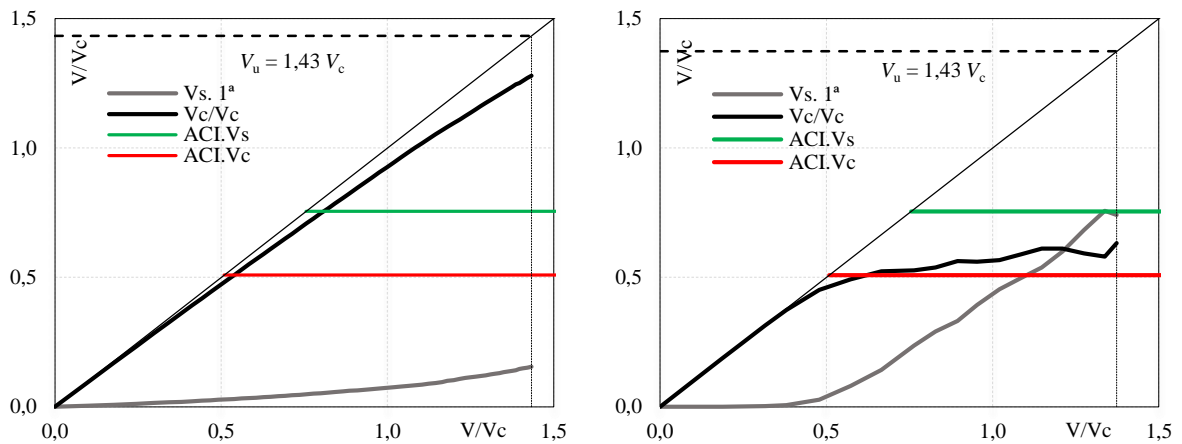
É interessante observar que o ACI 318 (2014) apresenta boa estimativa para a contribuição da armadura de cisalhamento na maioria dos casos, porém, para a laje PL7 com alta taxa de armadura de punção, os resultados são subestimados. Nota-se uma tendência geral a superestimar a parcela do concreto para as lajes com alta taxa de armadura, para os outros modelos os resultados são razoáveis.

A NBR 6118 (2018) e o Eurocode 2 (2014) tem equações semelhantes para avaliação da parcela resistente do concreto e aço, com o valor da NBR 6118 (2014) sendo geralmente um pouco mais elevado. Da análise das lajes LC01, LC02 e LC03 nota-se que os resultados para a parcela resistente do aço tendem a ser subestimados para pilares maiores como na LC03. O mesmo ocorre para lajes com taxa de armadura de punção elevada e, comparando os resultados de PL7 e PL12, nota-se que quanto maior a taxa pior a estimativa.

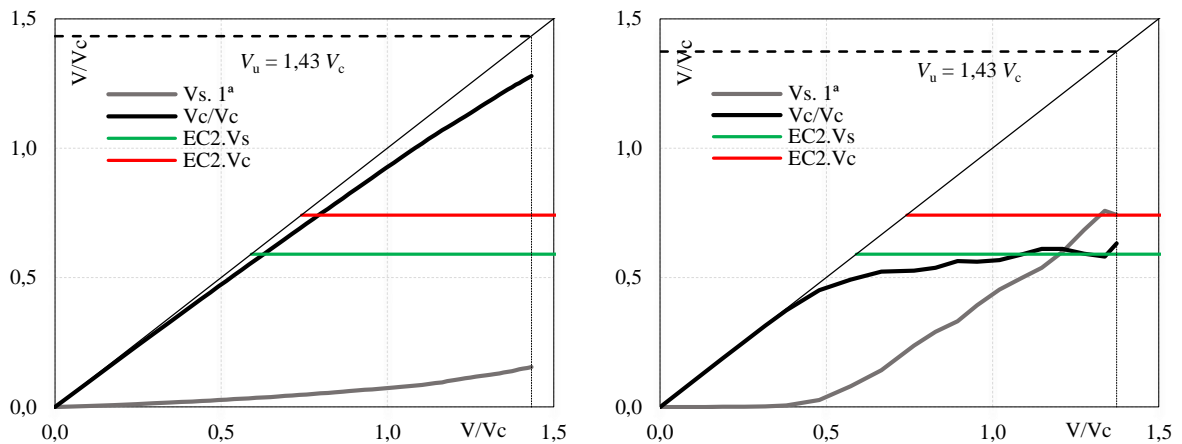
Foi também calculada a contribuição da armadura pelo fib Model Code 2010 (2013), sua previsão se diferencia de outras normas por estimar o cortante resistido pela armadura ao longo de todo o carregamento, resultando nas curvas apresentadas em verde. De modo geral o que se observa são valores de resistência superestimados para as armaduras, porém apresentaram boa correlação no valor de resistência do aço última para as lajes LC01, LC03 e PL12. Cabe uma observação específica a LC07, com o pequeno espaçamento entre camadas de armadura, duas camadas foram contabilizadas pelo fib Model Code 2010 (2013) V_{rcs} . Na Figura 4.48d é possível observar que a previsão da norma não apresenta boa correlação com a resposta experimental para esta laje, com resultados muito inseguros para V_{rcs} .

O comportamento do modelo computacional tende a superestimar a capacidade resistente do concreto de forma nas lajes da série LC consequentemente diminuindo a contribuição da armadura, o que se observa principalmente nas lajes LC01 e LC02. Para a série PL os modelos computacionais são capazes de descrever com boa precisão tanto a resistência última quanto o desenvolvimento ao longo do processo de carregamento, sendo por vezes mais preciso que as normas testadas.

Figura 4.42 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC01 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

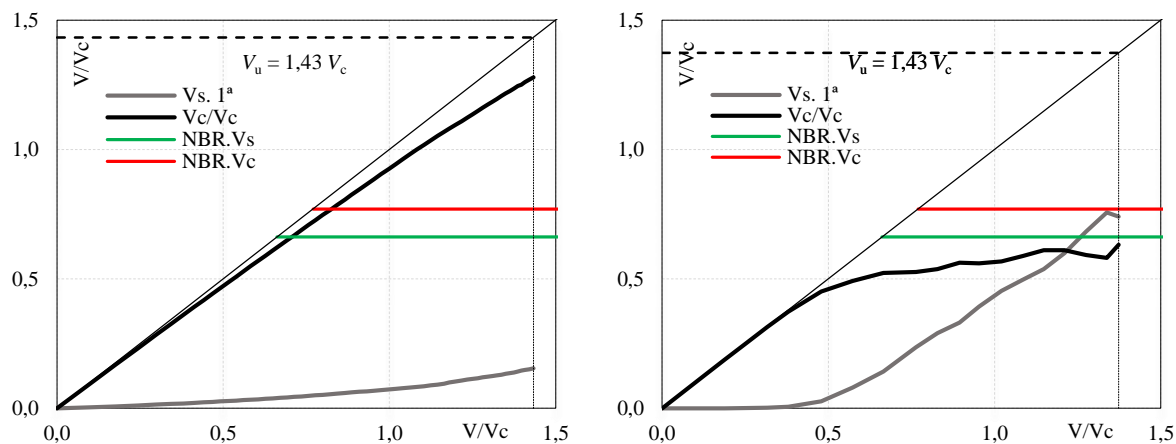


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

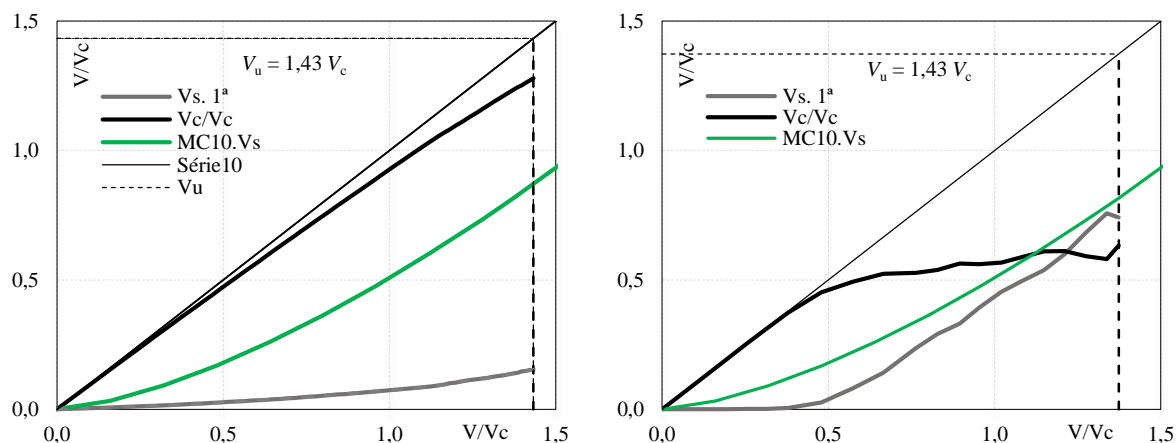


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.43 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC01 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

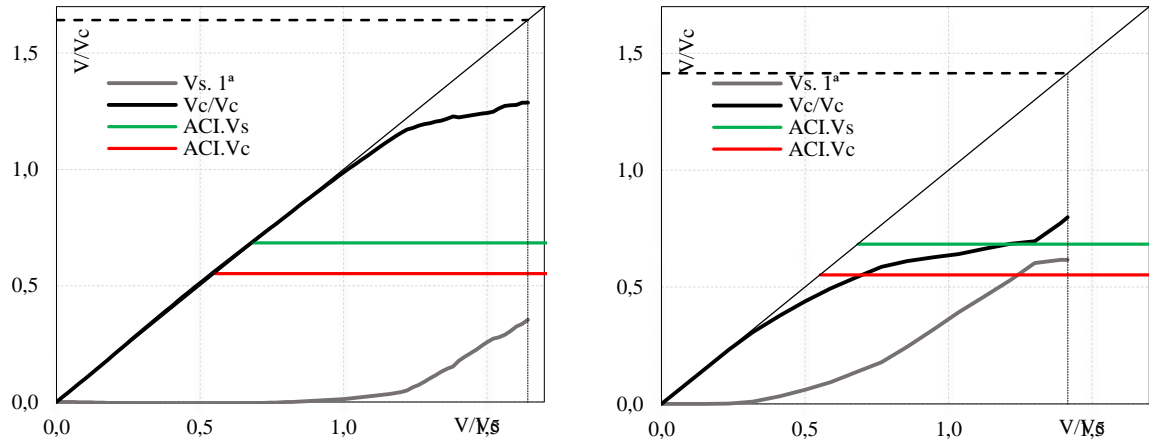


a) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)

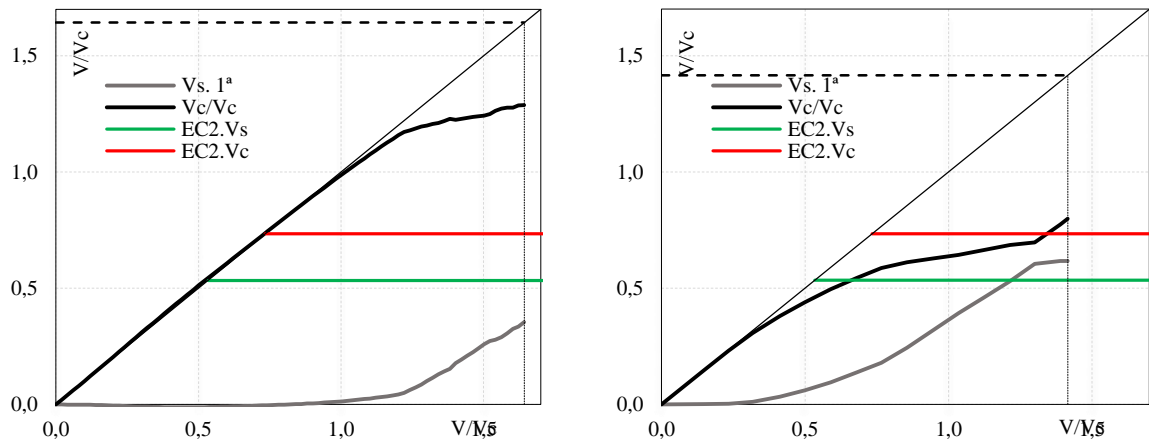


b) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

Figura 4.44 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC02 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

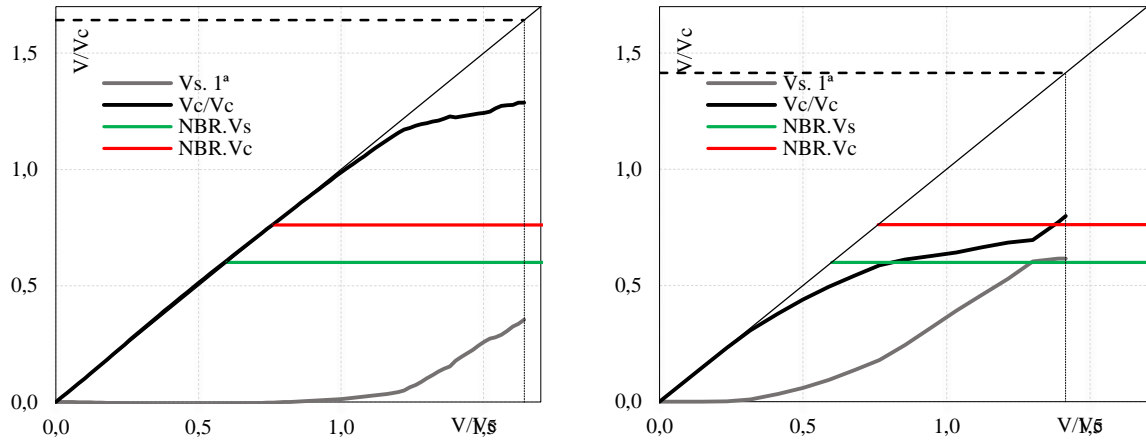


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

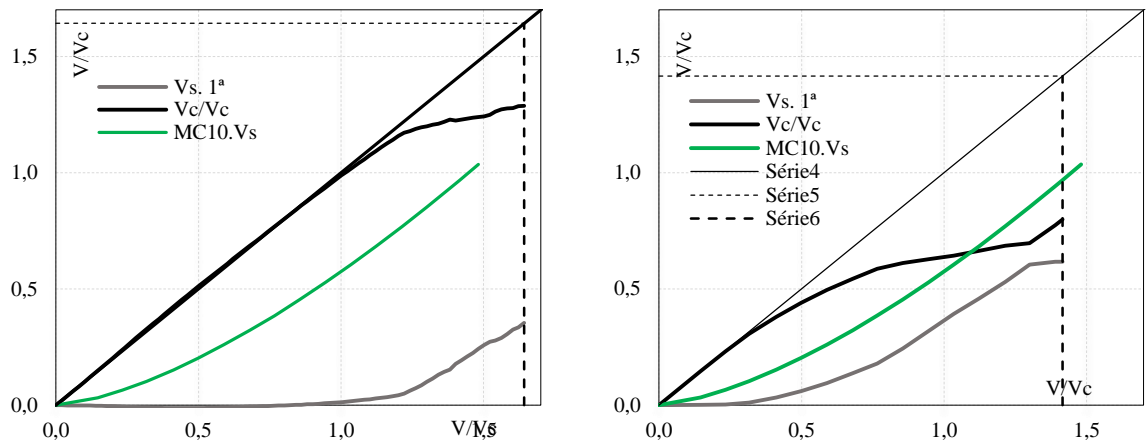


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.45 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC02 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

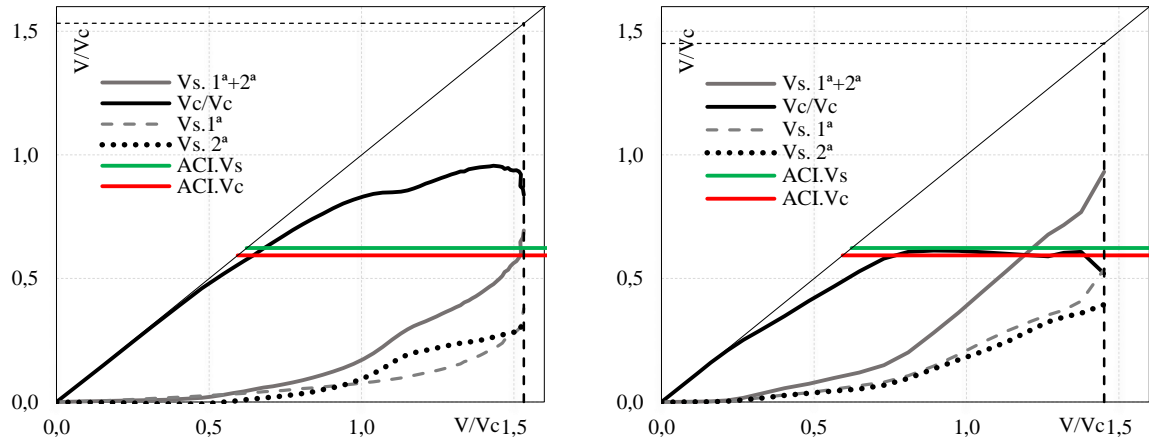


a) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)

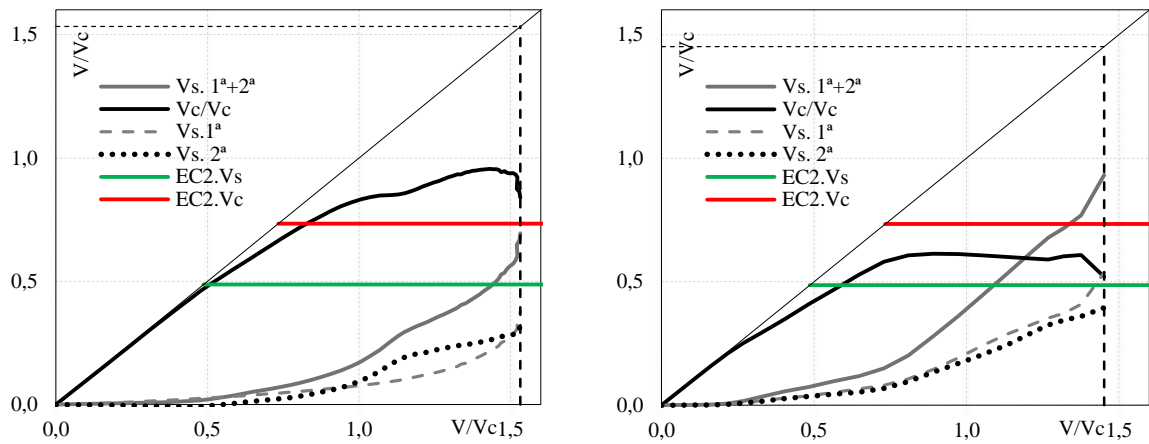


b) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

Figura 4.46 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC03 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

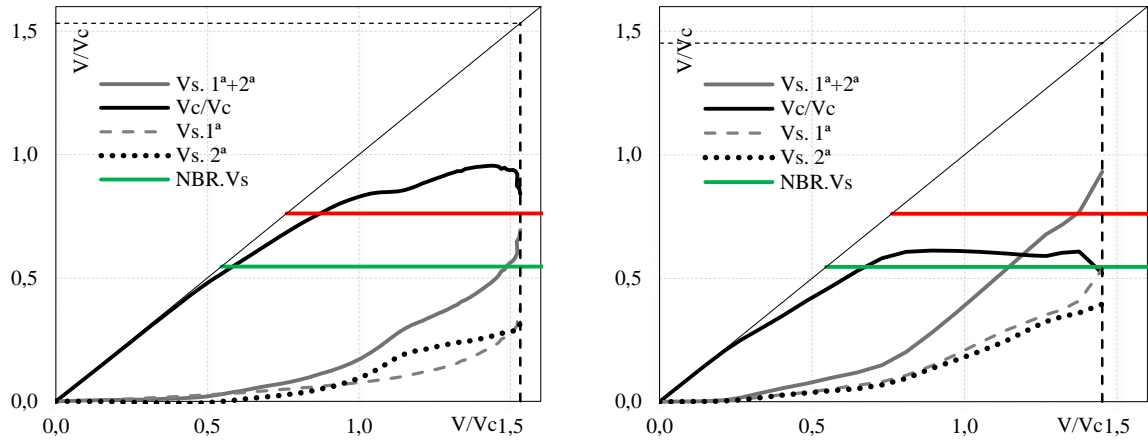


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

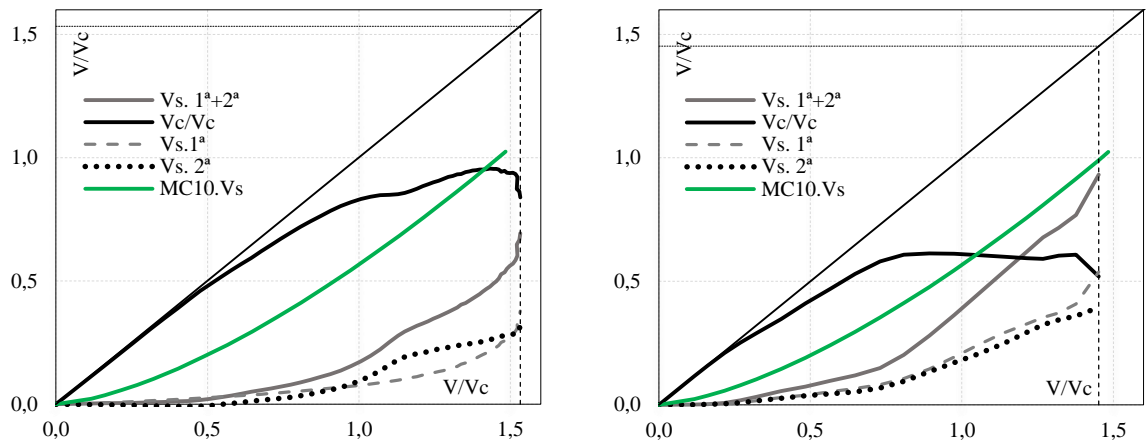


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.47 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC03 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

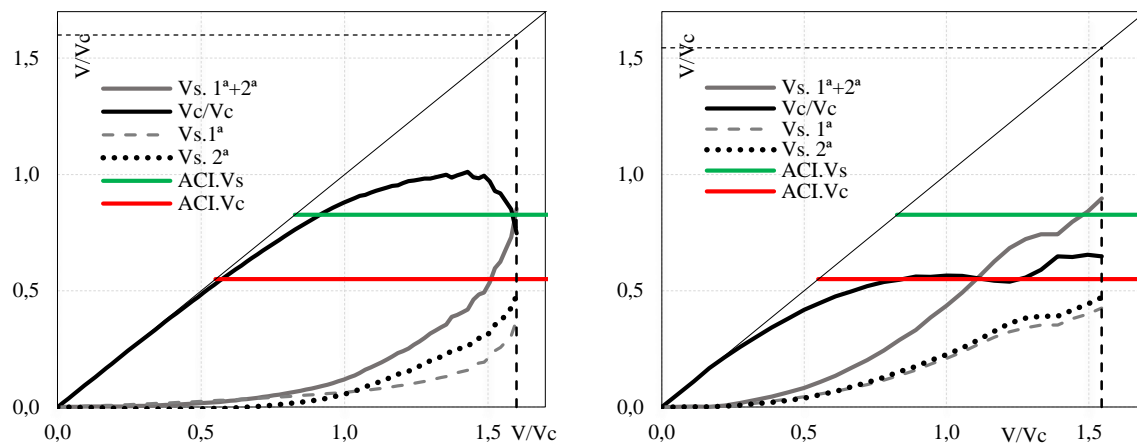


c) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)

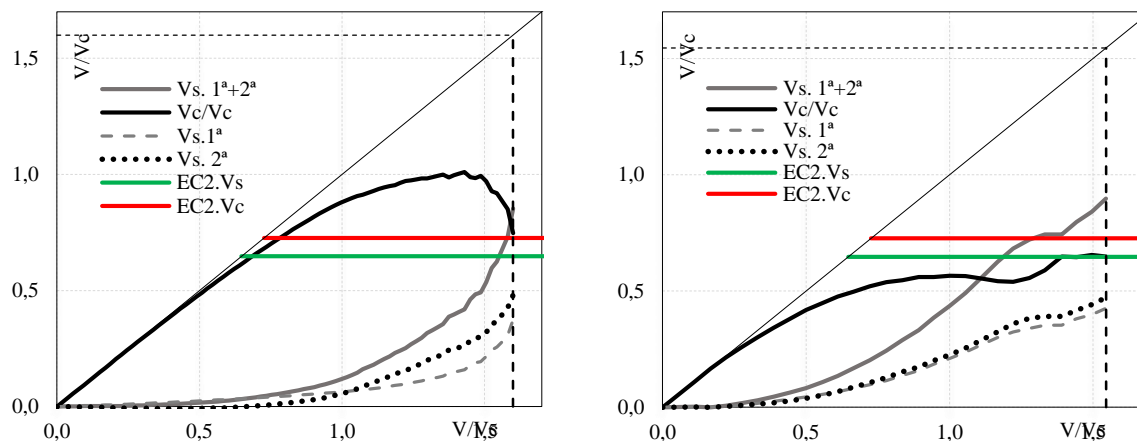


d) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

Figura 4.48 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC07 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

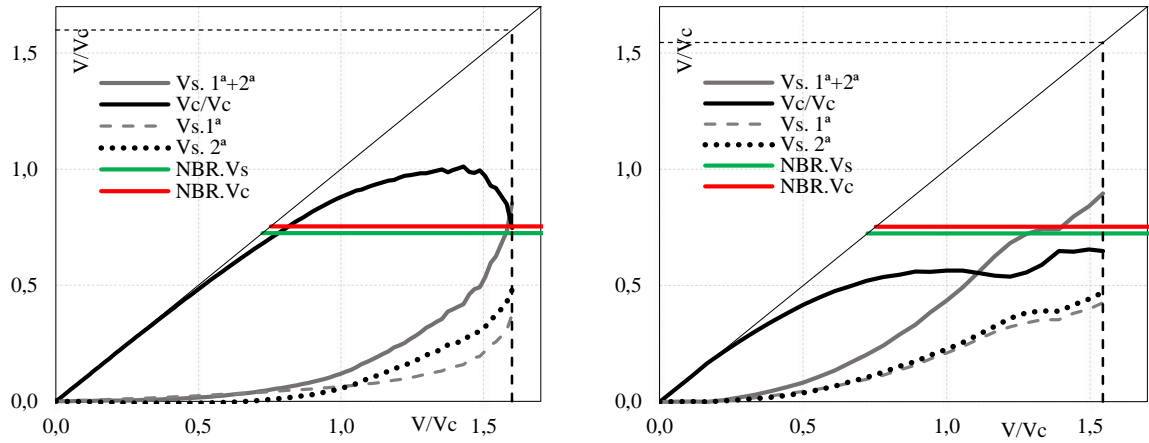


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

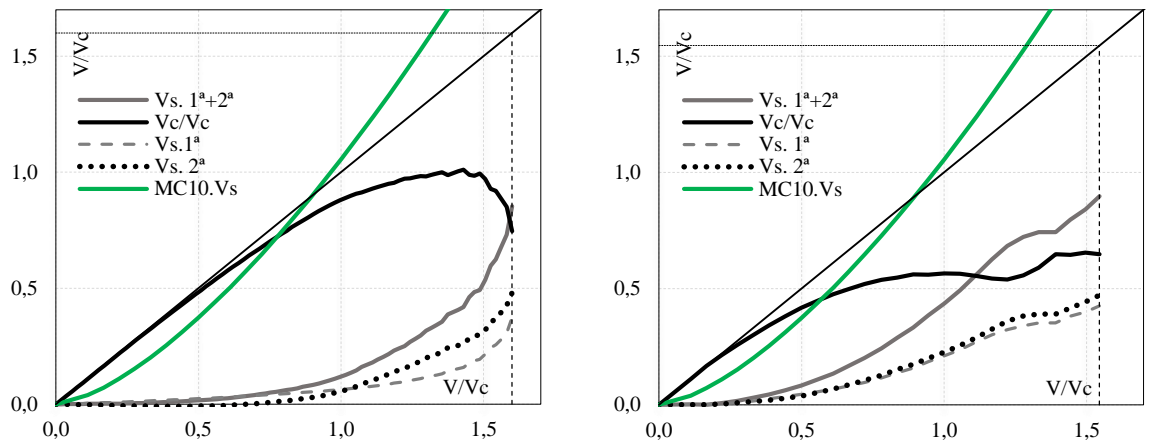


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.49 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC07 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

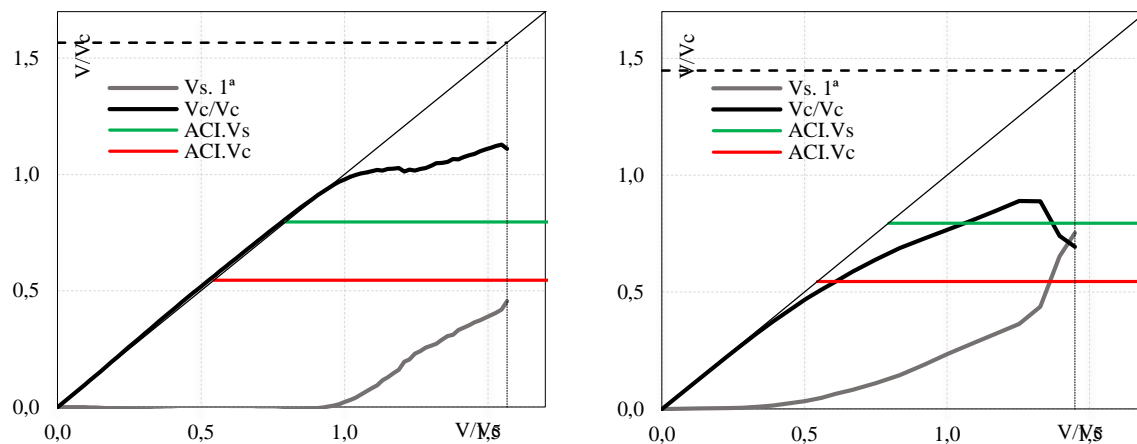


c) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)

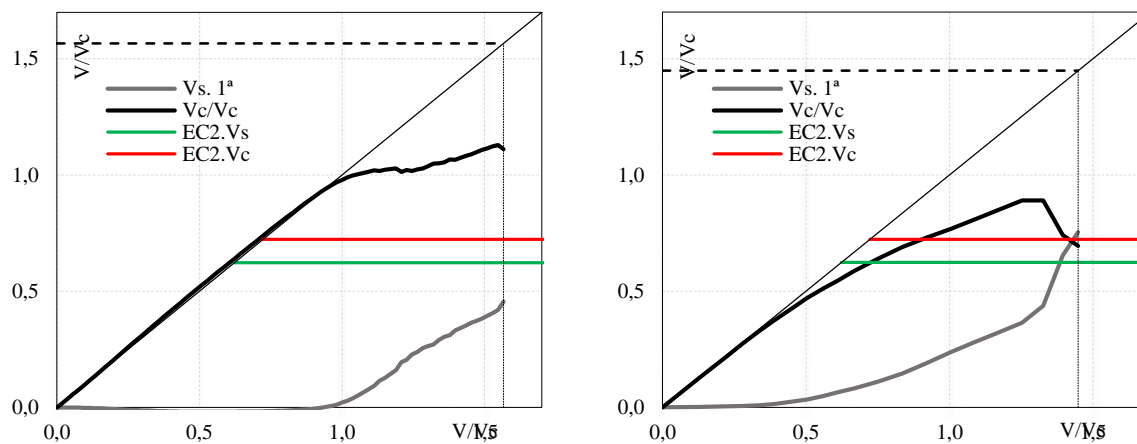


d) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

Figura 4.50 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC08 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

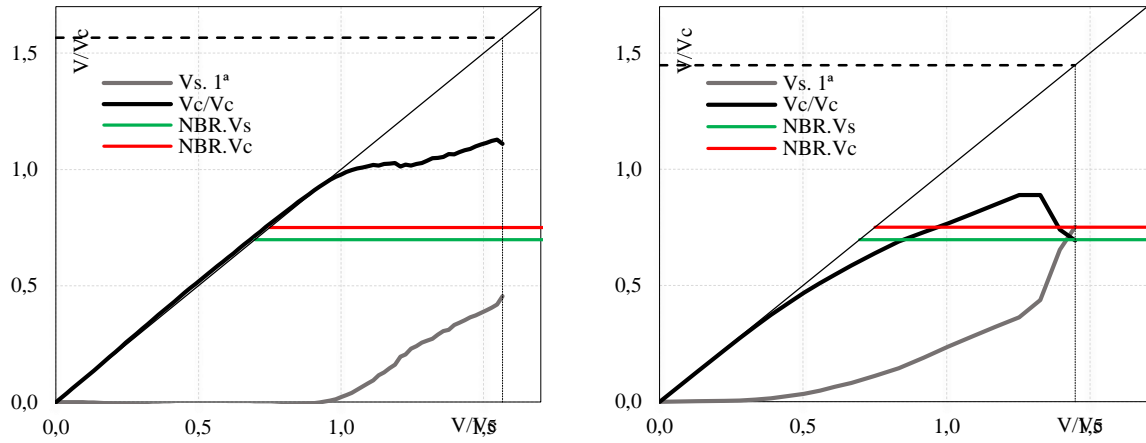


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

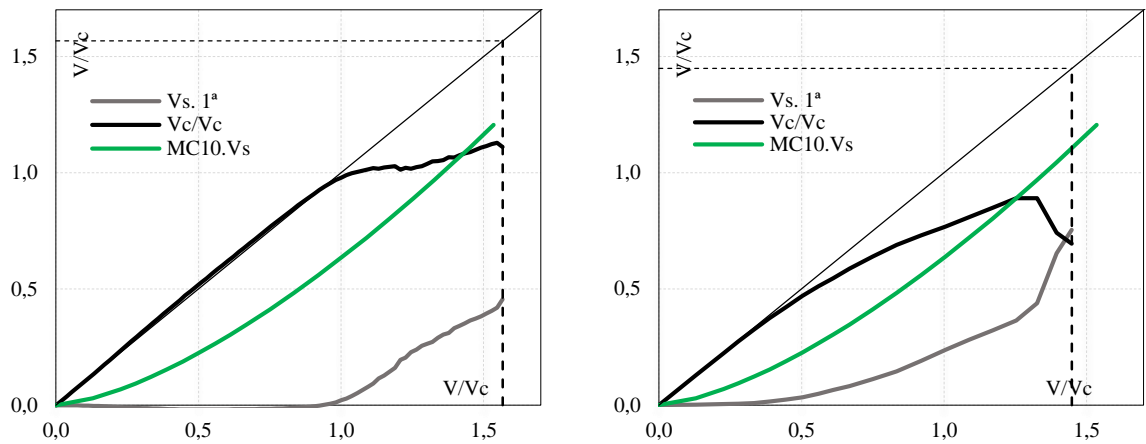


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.51 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje LC08 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

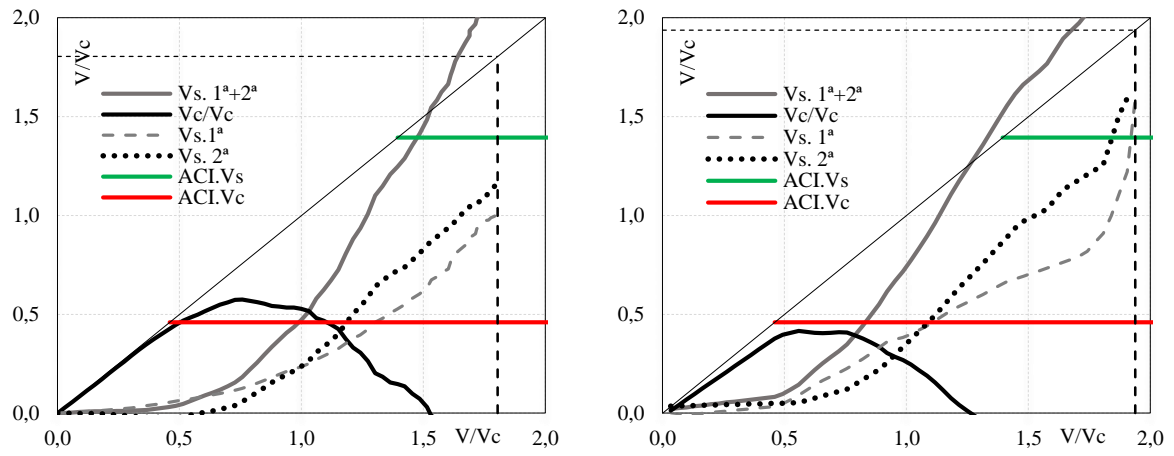


c) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)

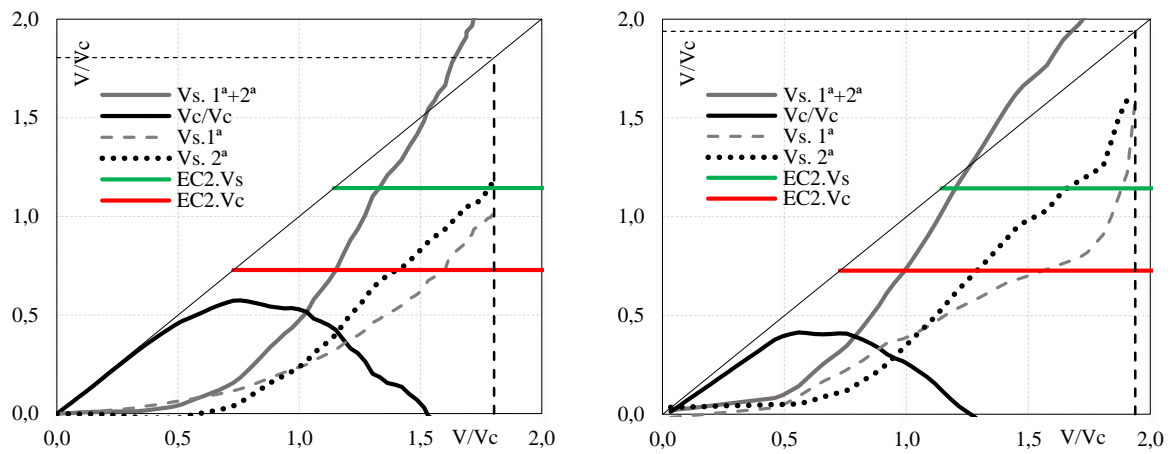


d) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

Figura 4.52 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL7 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

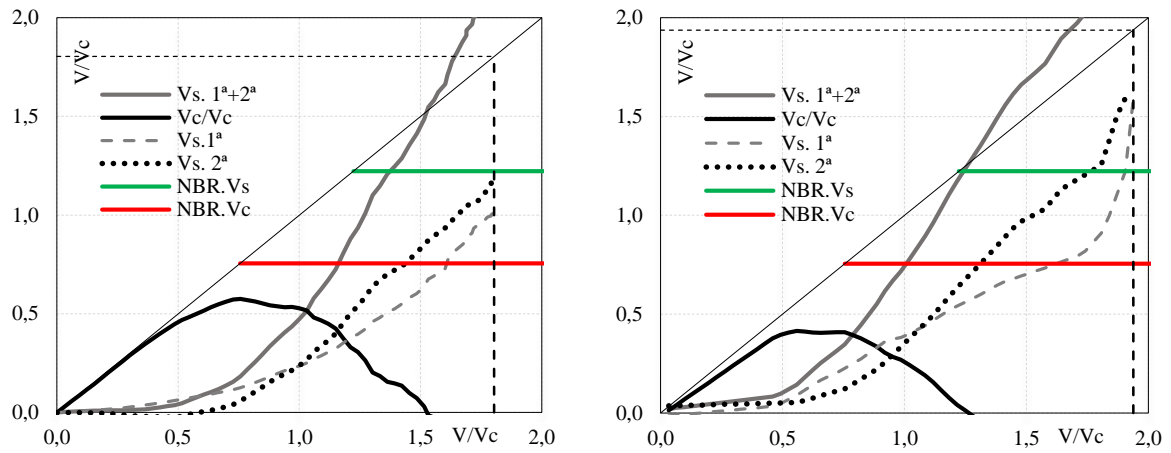


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

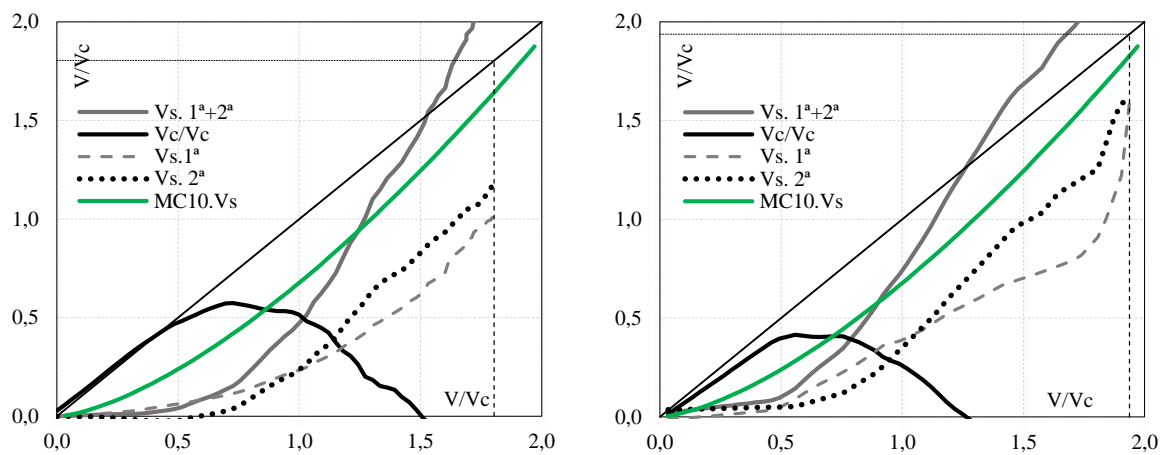


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.53 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL7 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

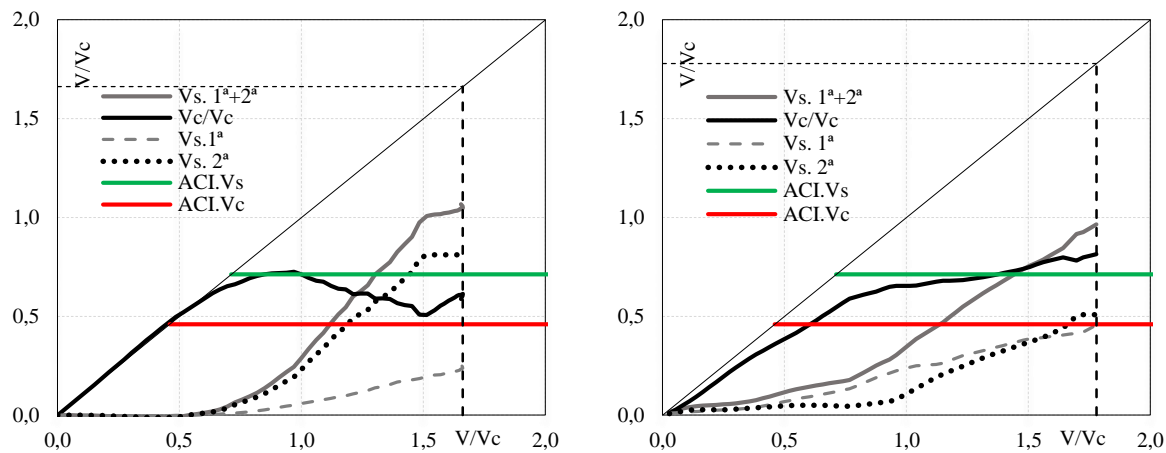


c) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)

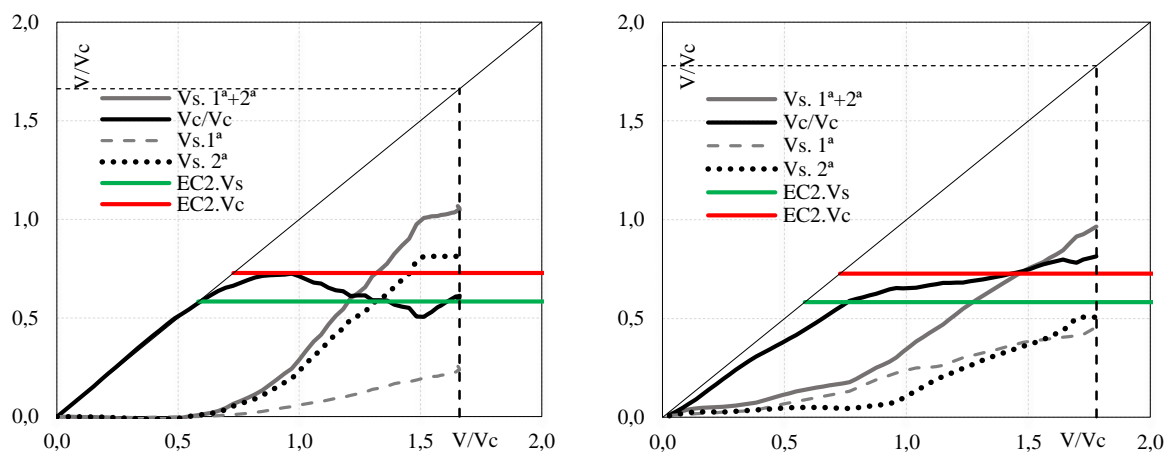


d) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

Figura 4.54 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL12 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas

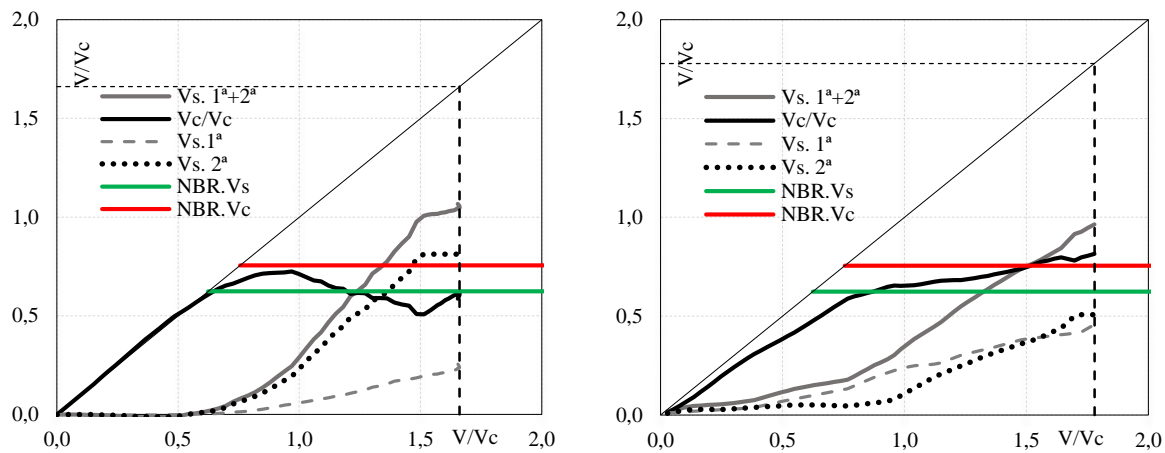


a) Comparação com a estimativa do ACI 318 (2014)

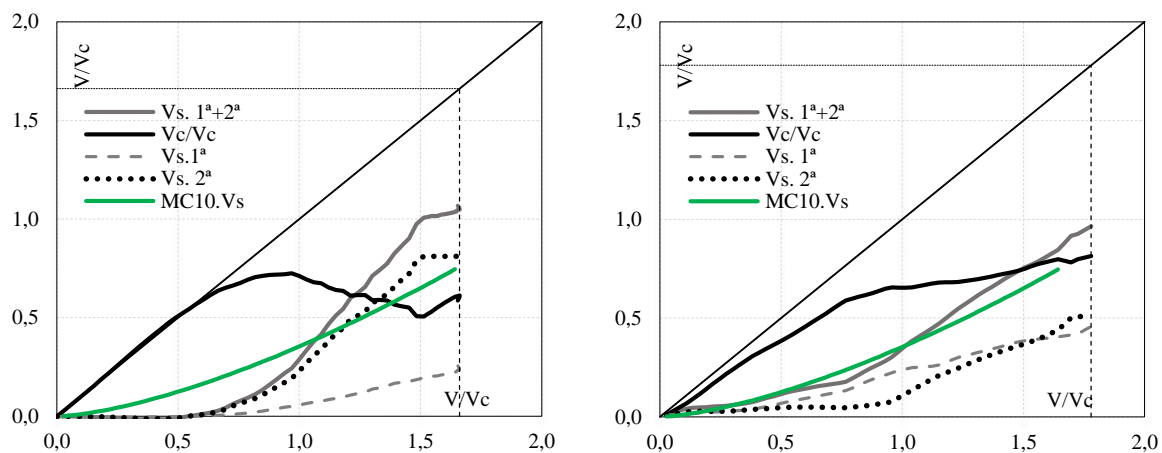


b) Comparação com a estimativa do Eurocode 2 (2014)

Figura 4.55 – Razão $V_c/V_{c,NBR}$ e $V_s/V_{c,NBR}$ em função do carregamento para a laje PL12 computacional (esquerda) e experimental (direita), com estimativas de normas sobrepostas



c) Comparação com a estimativa da ABNT NBR 6118 (2014)



d) Comparação com a estimativa do *fib* Model Code 2010 (2013)

5. CONCLUSÕES

5.1. ESTRATÉGIA DE MODELAGEM APLICADA

A estratégia de modelagem partiu do princípio de que calibrando um modelo de referência e obtendo bons resultados preliminares seria possível usar as mesmas equações para calcular os parâmetros de matérias necessário para a modelagem de outras lajes similares.

Avalia-se que foram obtidos bons resultados de carga de ruptura para todos os modelos, em relação a rotação as lajes da série PL de LIPS (2012) apresentaram boa correlação com os experimentos, porém as lajes da série LC de FERREIRA (2010) tiveram comportamento mais rígido que dos ensaios de laboratório. LIPS (2012) não apresenta resultados de deformação na armadura de flexão, então esta resposta foi comparada apenas na série LC, de modo geral foi observada boa correlação, comprovando a capacidade dos modelos de prever o comportamento a flexão das lajes.

A deformação na armadura de cisalhamento foi outro ponto avaliado, nas lajes de FERREIRA (2010) os resultados não apresentam correlação boa, é possível que a modelagem computacional em forma de apenas um quarto da laje não tenha sido capaz de reproduzir com precisão o suficiente as condições de contorno do ensaio, no que diz respeito aos pontos de apoio, comprometendo as respostas de deslocamento e deformação dos modelos. A série PL teve boas respostas para esta verificação. A fissuração dos modelos, de modo geral, também teve boa correlação com os resultados experimentais.

5.2. RELAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA COM O DESEMPENHO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Com os modelos computacionais foi possível medir a deformação da armadura ao longo de todo o comprimento dos pinos sem comprometer sua aderência. A deformação máxima em cada camada foi desenvolvida nos pontos da armadura cortados por fissuras relevantes, sendo a fissura crítica de punção ou não. Foi observada tendência de a superfície de ruptura ter inclinação reduzida com o aumento da relação c/d , ao mesmo tempo que o valor de V_s aumentou, houve também uma tendência de concentração de tensões na primeira camada de armadura quanto maior o tamanho do pilar. Observou-se que, para as PL11 (0,23%) e PL12 (0,47%) PL7 (0,93%), a inclinação da superfície de fissura aumentou com o aumento da taxa de armadura de cisalhamento.

Foi observado que a parcela de contribuição do concreto tende a aumentar com o aumento da taxa de armadura de punção. Foi avaliado se haveria padrão na variação da parcela de contribuição do concreto para a resistência da laje em função da inclinação da fissura crítica, o que foi observado no gráfico foi uma tendência ao aumento da contribuição do concreto com o acréscimo da inclinação, porém as lajes PL7 e PL12 se distanciaram muito desta tendência, tendo suas contribuições próximas de zero, indicando que tal premissa não seria válida para altas taxas de armadura de punção.

5.3. ANÁLISE DAS NORMAS

Em relação a previsão de carga de ruptura dos modelos, observou-se que a modelagem computacional teve melhor desempenho que as normas testadas, sendo uma dificuldade encontrada nas normas estimar com precisão a carga de ruptura para diferentes taxas de armadura de cisalhamento, problema não encontrado na modelagem computacional realizada.

A previsão de deformação na armadura de cisalhamento, como já foi comentado, não foi boa para a série LC, na qual as estimativas das normas tiveram resposta melhor em termos de tensão máxima atingida, na série PL as duas previsões tiveram boa qualidade, porém as normas foram pouco superiores.

Uma dificuldade encontrada nas normas é estabelecer um critério preciso para a expectativa de quantas camadas de armadura serão solicitadas, o ACI 318 (2014) e o *fib Model Code 2010* (2013) acertaram esta resposta nos modelos da série LC porém erraram na série PL, ao considerar em todas que apenas uma camada seria solicitada, o contrário ocorreu com a ABNT NBR 6118 (2018) e Eurocode 2 (2014), que consideraram duas camadas solicitadas.

A laje LC07 se destaca nesta análise por ter espaçamentos pequenos entre as camadas de armadura de cisalhamento, em todas as normas testadas o resultado disso foi que mais uma camada de armadura foi contabilizada no cálculo do V_{rcs} . Para o ACI 318 (2014), ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2014) não houve queda de qualidade nas previsões, porém, o *fib Model Code 2010* (2013) tem problemas quando mais de uma camada de armadura é contabilizada, levando a uma superestimava do V_s .

Os modelos computacionais para a série PL foram capazes de estimar com boa precisão o comportamento das lajes. Para as lajes LC os resultados foram parcialmente bons em termos de resistência final, porém a tensão nas armaduras não mostrou boa correlação FERREIRA (2010). Ao analisar as parcelas de contribuição de concreto e aço na resistência final, observamos que

a contribuição do concreto foi superestimada no computacional para a série LC porém teve boa correlação para a série PL.

6. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ACI 318 (2014). Building Code Requirements for Structural Concrete. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 6118 (2014). Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro.

BELLETTI, Beatrice; DAMONI, Cecilia; DE BOER, Ane; HENDRIKS, A.N. Analytical and numerical evaluation of the design shear resistance of reinforced concrete slabs. **Structural Concrete**, Berlim, v. 15, n. 3, p. 317-330, 2014.

BEUTEL, R. (2002). Punching of Flat Slabs with Shear Reinforcement at Inner Colluns. Alemanha, 267 pp. (em Alemão).

BIRKLE, G. (2004). Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout. Tese de Doutorado. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary. Canadá. 152 pp.

CERVENKA, Vladimir; CERVENKA, Jan; KADLEC, Lukas. Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures. **Structural Concrete**, Berlim, v. 19, n. 6, 2018.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). CEB-FIP Model Code 1990. London, Thomas Telford.

EN 1992-1-1 (2004). Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.

FERREIRA, M. P. (2010). Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília.

FERREIRA, M. P.; MELO, G. S. S.; REGAN; P. E.; VOLLUM, R. L. (2014). Punching of Reinforced Concrete Flat Slabs with Double-Headed Shear Reinforcement. *ACI Structural Journal*. Vol. 111. Nº 1. Pp 1-12.

fib MODEL CODE 2010 (2011). fib Model Code 2010, First complete draft—V. 2, Bulletin 56, fib, Lausanne, Switzerland, Abril. 288 pp.

Hordijk, D. (1991). Local Approach to Fracture of Concrete. Ph. D Thesis. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

LIPS, S. (2012). Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Suíça.

LIPS, S., RUIZ, M. F. e MUTTONI, A. (2012). Experimental Investigation on the Punching Strength and the Deformation Capacity of Shear-Reinforced Slabs, ACI Structural Journal. Vol. 109. N° 6. Pp. 889-899.

MAMEDE, Nuno F. Silva; FARIA, Duarte M. V.; RAMOS, A. Pinho. Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement. **Engineering Structures**, v. 48, p. 442-457, 2013.

MENETREY, Ph., Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 1994, 177 pp.

MENETREY, P. H. (2002). Synthesis of punching failure in reinforced concrete. Cement & Concrete Composites. Vol. 24. Pp. 497-507.

MUTTONI, A. (2008). Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Slabs Without Transverse Reinforcement. ACI Structural Journal, Vol. 105, N° 4, Julho-Agosto. 440-450.

MUTTONI, A. e RUIZ, M. F. (2010). Performance and Design of Punching Shear Reinforcing Systems. 3rd fib International Congress.

NAVARRO, M.; IVORRA, S.; VARONA, F.B. Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs. **Engineering Structures**, v.165, p. 254-263, 2018.

PEREIRA FILHO, Manoel. Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com Conectores de Aço. 2016. 136 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, 2016.

REGAN, P. E. (2000). Shear Reinforcement of Flat Slabs, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings, TRITA-BKN, Bulletin 57, 2000, pp. 99- 107.

REGAN, P. E. e SAMADIAN, F. Shear Reinforcement against Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs. *The Structural Engineer*, V. 79, No. 10, May 2001, pp. 24-31, 2001.

REGAN, P. E. (2001). Shear Reinforcement Against Punching in Flat Slabs Development of Design Recommendations. *Correspondência com o autor*.

RUIZ e MUTTONI, A. (2009). Applications of critical shear crack theory to punching of reinforced concrete slabs with transverse reinforcement. *ACI Structural Journal*, Vol. 106, Nº 4, pg. 485-494, July/August.

SHU, Jiangpeng; FALL, David; LUNDGREN, Karin; PLOS, Mario; ZANDI, Kamyab. Development of modelling strategies for two-way RC slabs. **Engineering Structures**, v. 101, p. 439-449, 2015.

SHU, Jiangpeng; JOHANSSON, Morgan; NILENIUS, Filip; PLOS, Mario; ZANDI, Kamyab. Prediction of punching behaviour of RC slabs using continuum non-linear FE analysis. **Engineering Structures**, v. 125, p. 15-25, 2016.

SHU, Jiangpeng; Belletti, Beatrice; Muttoni, Aurelio; Plos, Mario; Scolari, Matteo. Internal force distribution in RC slabs subjected to punching shear. **Engineering Structures**, v. 153, p. 766-781, 2017.

VOLLUM, Robert; MACORINI, Lorenzo; SETIAWAN, Andri. Numerical investigation on punching shear of slab-column connections subjected to seismic loading. In: European Conference on Earthquake Engineering, 16., 2018, Thessaloniki. **Anais**. European Association of Earthquake Engineering. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/325987969_Numerical_Investigation_on_Punching_Shear_of_Slab-Column_Connections_Subjected_to_Seismic_Loading/. Acesso: 20/03/2019.

KUERES, Dominik; SCHMIDT, Philipp; HEGGER, Josef. Two-parameter kinematic theory for punching shear in reinforced concrete slabs with shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 181, p. 216-232, 2019.

DILGER (2000)

FREITAS, Marcus Vinícius Pereira. Análise Experimental dos Limites Superiores de Resistência à Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento. 2018. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, Universidade Federal do Pará, 2018.

KUERES, Dominik; SCHMIDT, Philipp; HEGGER, Josef. Punching shear behavior of reinforced concrete footings with a varying amount of shear reinforcement. **Structural Concrete**, Berlim, v. 20, n. 2, 2018.

BRANTSCHEN (2016), Fabio. Influence of bond and anchorage conditions of the shear reinforcement on the punching strength of RC slabs. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Suíça.

Ozbolt J, Vocke H, Eligehausen R. Three-dimensional numerical analysis of punching failure. In: Proceedings of the international workshop on punching shear capacity of RC slabs. Royal Institute of Technology, Department of Structural Engineering, Stockholm; Junho, 2000. p. 65–74.

GENIKOMSOU, Aikaterini S; POLAK, Maria Anna. Finite-Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs with Punching Shear Reinforcement. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, ISSN 0733-9445.